

مقایسه مدل پریساج و مدل هدگدون در مدلسازی رفتار هیستریزیسی

^۱ احمد دارابی، ^۲ محسن خسروی، ^۳ وحید اسماعیلی

Darabi_ahmad@hotmail.com, Hosein_Adis@yahoo.com

^{۱،۲،۳} دانشگاه صنعتی شاهرود، ^۲ دانشگاه آزاد اسلامی واحد دامغان

ایران

واژه‌های کلیدی: پریساج، میدان مغناطیسی، هیستریزیس، هدگدون

چکیده

رفتار هیستریزیسی مواد فرو مغناطیس در معرض میدان های مغناطیسی از آنجا که می تواند علت بسیاری از پدیده ها در شبکه های الکتریکی باشد، بسیار حائز اهمیت می باشد. در این مقاله مدل پریساج و مدل هدگدون به عنوان دو مدل معتبر و کارآمد جهت مدلسازی این رفتار را معرفی نموده و با زبانی کاربردی و ساده به طور مفصل این دو مدل را شرح می دهیم. مدل پریساج دقت بسیار بالایی داشته، ولی دارای پیچیدگی های زیادی در شبیه سازی کامپیوتری می باشد. مدل هدگدون دارای دقت قابل قبولی می باشد و شبیه سازی آن چندان پیچیدگی ندارد. پس از معرفی کامل این دو مدل، آنها را به ازای میدان های مختلف برای هسته آهن Losil 630 شبیه سازی نموده و نتایج آنها ارائه می کنیم. با مقایسه نتایج شبیه سازی و حجم و میزان پیچیدگی محاسبات هر مدل، مزایای هر کدام از این مدل ها را ذکر نموده و تشخیص برتری مدل پریساج یا مدل هدگدون را وابسته به نوع کاربرد نشان خواهیم داد.

۱- مقدمه:

هر ماده فرو مغناطیس در معرض میدان مغناطیسی دارای خاصیت مغناطیسی شده و حتی با از میان رفتن این میدان همچنان اثر آن باقی می ماند، حال اگر این میدان پررودیک باشد ایجاد یک رفتار مغناطیسی هیستریزیسی در ماده می نماید. به لحاظ اینکه این رفتار می تواند توجیه پدیده های زیادی از جمله جریان هجومی، فرورزونانس و... در سیستم های قدرت باشد، مدلسازی این رفتار اهمیت زیادی داشته و از دیرباز دغدغه فیزیکدانان و مهندسان برق بوده است. مدل های زیادی از جمله مدل لانگ وین، مدل جیلز-آدرتون، مدل برتوتی، مدل پریساج و مدل هدگدون برای شبیه سازی رفتار هیستریزیسی آهن ارائه شده است [۳-۵]. مرجع [۴] ضعف های بعضی از این مدل ها را برشمرده و نشان داده است که مدل پریساج که نتایج منطبق بر آزمایشات دارد، بسیار توانمند و در عین حال پیچیده می باشد. در میان این مدل ها مدل هدگدون با پیچیدگی بسیار کمتر نسبت به مدل پریساج نتایج نسبتاً دقیقی ارائه می دهد. مدل پریساج مخلوطی از

بیست و چهارمین کنفرانس بین المللی برق

$$\frac{dB}{dH} = \begin{cases} [\alpha[\tilde{f}(B) - H] + \tilde{g}(B)]^{-1}, & \text{for } \dot{H} > 0 \\ [-\alpha[\tilde{f}(B) - H] + \tilde{g}(B)]^{-1}, & \text{for } \dot{H} < 0 \end{cases} \quad (1)$$

که در آن H شدت میدان مغناطیسی، B چگالی شار، α ضریب ثابت، f و g توابع مواد می باشند. در این مقاله بر اساس [۱۰] توابع مواد به صورت زیر معرفی می شوند (توابع زیر نتایج رضایت بخشی برای بسیاری از مواد را نتیجه داده اند):

$$\tilde{f}(B) = \begin{cases} A_1 \tan A_2 B, & \text{for } |B| \leq B_{cl} \\ A_1 \tan A_2 B_{cl} + (B - B_{cl}) / \mu_{cl} & \text{for } B > B_{cl} \\ -A_1 \tan A_2 B_{cl} + (B + B_{cl}) / \mu_{cl} & \text{for } B < -B_{cl} \end{cases} \quad (2)$$

(۳)

$$\tilde{g}(B) = \begin{cases} \tilde{f}'(B) [1 - A_3 \exp(\frac{-A_4 |B|}{B_{cl} - |B|})] & \text{for } |B| \leq B_{cl} \\ \tilde{f}'(B), & \text{for } |B| > B_{cl} \end{cases}$$

که با توجه به منحنی $B-H$: B_{cl} و H_{cl} شدت میدان و چگالی شار در ربع اول محور مختصات و جایی که *major loop* به مرز اشباع می رسد، می باشند، همچنین μ_s شیب منحنی در نقطه مذکور، μ_{cl} شیب منحنی در حالت اشباع، B_r چگالی شار پسماند، μ_r شیب منحنی در نقطه $(0, 0)$ ، H_c شدت میدان در نقطه $B=0$ و μ_c شیب منحنی در این نقطه می باشند. پارامترهای A_1 ، A_2 ، A_3 و A_4 نیز با توجه به پارامترهای ذکر شده و به کمک روابط زیر محاسبه می شوند:

$$2H_{cl}\mu_s A_2 - \sin(2B_{cl}A_2) = 0 \quad (3)$$

$$A_1 = H_{cl} \cot(A_2 B_{cl}) \quad (4)$$

$$A_3 = 1 - \frac{1}{A_1 A_2} \left[\frac{1}{\mu_c} + \alpha H_c \right] \quad (5)$$

$$A_4 = \frac{B_r - B_{cl}}{B_r} \ln \left[\frac{1}{A_3} - \frac{\cos^2(A_2 B_r)}{A_1 A_2 A_3} \left(\frac{1}{\mu_c} + \alpha A_1 \tan(A_2 B_r) \right) \right] \quad (6)$$

روابط ریاضی و توصیف هندسی می باشد به همین علت کامپیوتری کردن و استفاده از آن در شبیه سازی یک سیستم واقعی مثل ژنراتور [۶] و ترانسفورماتور [۴] بسیار مشکل و نیاز به تدابیری خاصی می باشد. تعیین پارامترهای تنظیم تابع چگالی این مدل نیز نیازمند اطلاعات جامعی از هسته مورد نظر، می باشد که در مرجع [۶] در خصوص تعیین این پارامترها به طور مفصل توضیح داده شده و برای هسته Losil 630 که ماده مورد نظر در این مقاله نیز می باشد، این پارامترها ارائه شده اند.

مدل کولمن-هدگدون^۱ یک معادله دیفرانسیل غیر خطی مرتبه اول می باشد، این مدل مدلی ساده و ابزاری توانا در نمایش حلقه های هیستریزیسی که با رفتار طیف وسیعی از سیستمهای دارای پسماند مطابقت دارند، می باشد. در این مدل ارتباط مشتق زمانی H (شدت میدان مغناطیسی که به صورت پریودیک نوسان می کند) با B (چگالی شار) نتایج قابل قبولی در مورد رفتار مغناطیسی مواد نتیجه می دهد. این نتایج شامل تمامی منحنی های هیستریزیسی می شود که داخل منحنی اصلی^۲ قرار می گیرند. همچنین مدل کولمن-هدگدون توانایی محاسبه و نمایش منحنی های فرعی هیستریزیس^۳ را در شرایطی که H به صورت هارمونیک می باشد، دارا می باشد.

پارامترهای این مدل بوسیله معادلات و روشهای غیر جبری محاسبه می شوند. در این مدل توابعی وجود دارد معروف به توابع مواد^۴، که برای هر ماده موجود در طبیعت می توانند متفاوت باشند. این توابع بوسیله تکنیک های خاص و با استفاده از نتایج بدست آمده در [۷-۹] انتخاب و ساخته می شوند، همچنین این توابع باید در شروط ذکر شده در [۱۰] صدق کنند.

مدل کولمن-هدگدون:

معادله اصلی مدل کولمن-هدگدون به صورت زیر می باشد:

¹ Coleman-Hodgdon

² major loop

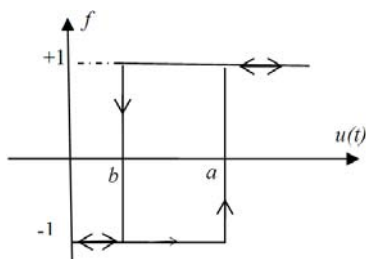
³ minor loops

⁴ function materials

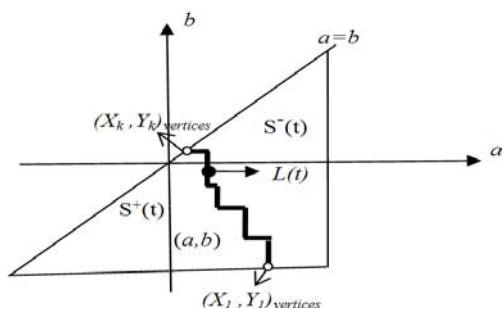
بیست و چهارمین کنفرانس بین‌المللی برق

اجازه دهید تا عملگر $\hat{\gamma}_{ab}$ را که بر روی ورودی H عمل می‌کند و خروجی M را نتیجه می‌دهد و در واقع همان $f(t)$ به ازای $u(t)=H$ می‌باشد، در نظر بگیریم. اگر برای یک نقطه تصادفی ماده مغناطیسی، فرض کنیم که بی‌نهایت از این توابع تاخیری با عملگرهای مشابه وجود دارد، خروجی این مجموعه به صورت زیر خواهد شد:

$$M(t) = \iint_{a \geq b} p(a,b) \cdot \hat{\gamma}_{ab} \cdot H(t) \, da db \quad (9)$$



شکل ۲: دیاگرام جزء تاخیری در توصیف



شکل ۳: دیاگرام پریساج

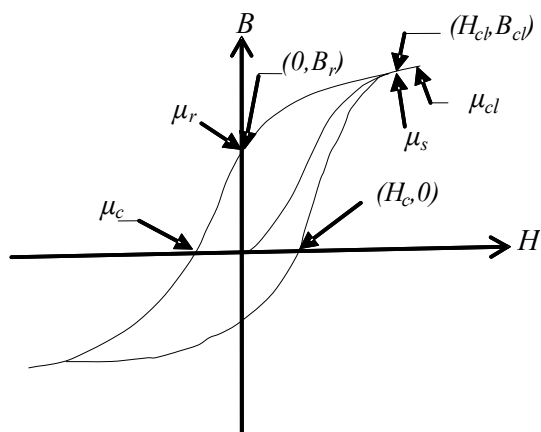
که در آن $p(a,b)$ می‌تواند تابع چگالی نامیده شود. عملگر پریساج یک حافظه محلی با ماکزیمم و مینیمم مشخص دارد. برای یک ماده مغناطیسی همگن، به مقدار شدت میدانی که در آن اشباع رخ می‌دهد، H_s گفته می‌شود. بنابراین اگر $a > H_s$ or $b < -H_s$ باشد آنگاه $p(a,b) = 0$ و در نتیجه مثلث پریساج نشان داده شده در شکل ۳ بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$S^\Delta(t) = \{(a,b) | a \geq b, b \geq -H_s, a \leq H_s\} \quad (10)$$

برای هر نقطه $(a,b) \in S$ یک عملگر مشابه $\hat{\gamma}_{ab}$ وجود دارد و به ازای هر t نمودار S به دو بخش تقسیم می‌شود:

$$S^+(t) = \{(a,b) \in S | \text{output of } \hat{\gamma}_{ab} \text{ at } t \text{ is } +1\}$$

$$S^-(t) = \{(a,b) \in S | \text{output of } \hat{\gamma}_{ab} \text{ at } t \text{ is } -1\} \quad (11)$$



شکل ۱. بزرگترین منحنی B-H ممکن برای یک ماده جهت یافتن پارامترهای مدل هدگدون

جدول ۲. پارامترهای مدل هدگدون برای هسته LOSIL-630

| Parameter | value |
|------------|-----------|
| H_c | 125 |
| μ_c | 0.015 |
| B_r | 1.23 |
| μ_r | 0.00604 |
| H_{cl} | 1500 |
| B_{cl} | 1.57 |
| μ_{cl} | $1.25e-6$ |
| μ_s | $3.37e-6$ |
| α | 0.8 |
| A_1 | 7.562 |
| A_2 | 0.9973 |
| A_3 | -21.1 |
| A_4 | 0.6871 |

۲- مدل پریساج:

در سالهای اخیر مدل‌سازی پریساج به دو صورت عددی و برداری برای تعریف حالت گذرا و پایدار پدیده هیستریزیس گسترش پیدا کرده است. مغناطیدگی یک ماده فرو مغناطیس در حالت پایدار در یک میدان مغناطیسی سینوسی یا غیر سینوسی می‌تواند به کمک حلقه‌های هیستریزیس ساده محاسبه شود. این حلقه هیستریزیس یک جزء تاخیری ساده است که در شکل ۲ نشان داده شده است. رابطه بین متغیر ورودی $u(t)$ و متغیر خروجی $f(t)$ در زمان t می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

$$f(t) = 1 \quad \text{if } u(t) \geq a$$

$$f(t) = -1 \quad \text{if } u(t) \leq b$$

$$f(t) = \text{unchanged} \quad \text{if } b < u(t) < a \quad (8)$$

بیست و چهارمین کنفرانس بین المللی برق

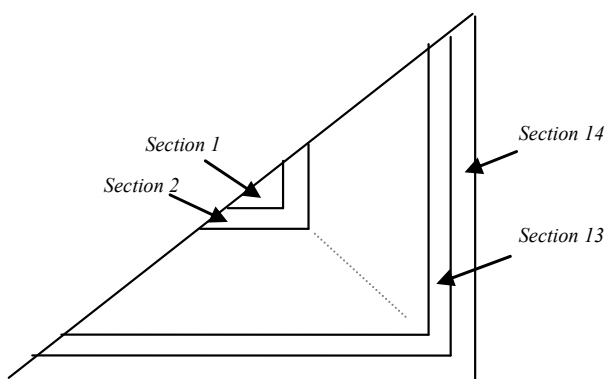
لحظه t ، مقدار M و سپس B برای لحظه $t + \Delta t$ با توجه به اینکه مقدار $H(t + \Delta t)$ بزرگتر یا کوچکتر از $H(t)$ است با استفاده از معادلات ۱۴ و ۱۵ بترتیب محاسبه می شوند. بعد از این محاسبات، رئوس جدید خطوط شکسته مرز دو ناحیه S^+ و S^- برای زمان $t + \Delta t$ نیز مشخص می شوند.

۲-۲- تابع چگالی مدل پریساج:

جنس هسته استفاده شده در ترانسفورماتور مورد مطالعه در این مقاله *LOSIL-630* می باشد. چهار پارامتر توصیف کننده تابع چگالی دو متغیره این ماده با استفاده از نتایج تجربی در مرجع [۶] به دقت تعیین شده اند. پارامترهای این تابع چند ضابطه ای در جدول ۲ داده شده اند. در حقیقت تابع چگالی در نظر گرفته شده به صورت زیر می باشد:

$$2p(a,b) = \frac{m_{ss}}{\pi\sigma_1\sigma_2} e^{-\left(\frac{(a+b)^2}{4\sigma_1^2} + \frac{(a-b-2u_c)^2}{4\sigma_2^2}\right)}$$

که چهار پارامتر آن یعنی σ_1 ، σ_2 ، u_c و m_{ss} برای مواد و نواحی مختلف مثلث پریساج متفاوت می باشند. همانطور که متذکر شد این متغیرهای تابع چگالی به کمک منحنی $B-H$ ماده و یا بر اساس مشخصه تلفات بر واحد وزن ماده (در صورت در دسترس بودن) با برازش منحنی های مناسب تعیین می شوند. برای جزئیات بیشتر به مرجع [۶] مراجعه شود.



شکل ۴. ناحیه بندی مثلث پریساج

در هر لحظه از زمان t ، $S(t) = S^+(t) \cup S^-(t)$ و معادله ۹ می تواند به صورت زیر باز نویسی شود:

$$M(t) = \iint_{S^+(t)} p(a,b)dadb - \iint_{S^-(t)} p(a,b)dadb \quad (12)$$

برای هر لحظه از زمان t نمودار پریساج به ناحیه ای با سوئیچینگ بالای میدان S^+ و ناحیه ای با سوئیچینگ پایین میدان S^- تقسیم می شود. هنگامی که ورودی H افزایش می یابد یک خط عمودی نمودار پریساج را از چپ به راست جاروب می کند و هنگامی که H کاهش می یابد یک خط افقی نمودار را از بالا به پایین جاروب می کند. اگر H بین $-H_s$ و H_s با تعداد محدودی اکسترمم محلی تغییر کند، بطور واضح M هم بین دو مقدار M_s و $-M_s$ تغییر خواهد کرد. بنابراین می توان به آسانی ثابت کرد که تابع چگالی باید معادله زیر را ارضاء کند:

$$\iint_{S(t)} p(a,b)dadb = 2M_s$$

بنابراین معادله ۱۲ می تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$M(t) = -M_s + 2 \iint_{S^+(t)} p(a,b)dadb \quad (14)$$

با محاسبه M از رابطه ۱۴ می توان چگالی شار مغناطیسی B آن نقطه را بصورت زیر بدست آورد [۵]:

$$B(t) = \mu_0 \{H(t) + M(t)\} \quad (15)$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

۲-۱- شبیه سازی کامپیوتری مدل پریساج:

هنگامیکه یک ماده فرو مغناطیسی در معرض میدانی متقارن سینوسی و غیرسینوسی با پیکهای مثبت و منفی مشخص قرار گیرد با استفاده از مدل پریساج یک بعدی، مغناطیدگی یا چگالی شار حالت پایدار هر نقطه از ماده می تواند محاسبه شود. در حقیقت تعداد خطوط شکسته نمایش داده شده در شکل ۳ در مرز S^+ و S^- تعداد اکسترمم های محلی از آخرین اکسترمم مطلق تا لحظه فعلی را نشان میدهند. در شبیه سازی کامپیوتری با مشخص بودن رئوس خطوط شکسته تا

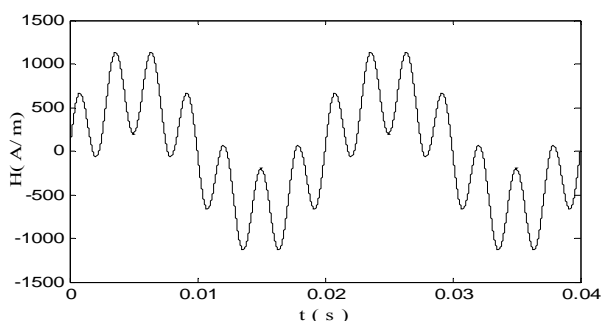
جدول ۲. پارامترهای بهینه تابع چگالی مدل پریساج برای هسته LOSIL-630

| Section | <i>a</i> and <i>b</i> values | $10^{-4} m_{ss}$ | σ_1 | σ_2 | u_c |
|---------|--|------------------|------------|------------|-----------|
| 1 | $-100 < b, -100 < a < 100$ | 74.49167 | 70.23533 | 67.95768 | 80.960259 |
| 2 | except section no. 1 $-112 < b, -112 < a < 112$ | 73.50453 | 43.63087 | 60.24348 | 83.67477 |
| 3 | except sections with no. less than 3 $-122 < b, -122 < a < 122$ | 88.91253 | 69.66376 | 46.45285 | 80.73351 |
| 4 | except sections with no. less than 4 $-132 < b, -132 < a < 132$ | 91.89059 | 64.69753 | 42.70985 | 89.04827 |
| 5 | except sections with no. less than 5 $-142 < b, -142 < a < 142$ | 80.90639 | 35.17563 | 52.05150 | 105.68034 |
| 6 | except sections with no. less than 6 $-154 < b, -154 < a < 154$ | 78.92915 | 06.87975 | 66.51201 | 108.94130 |
| 7 | except sections with no. less than 7 $-168 < b, -168 < a < 168$ | 86.45607 | 53.81372 | 61.29249 | 118.1189 |
| 8 | except sections with no. less than 8 $-188 < b, -188 < a < 188$ | 79.55638 | 57.66232 | 32.03302 | 109.73872 |
| 9 | except sections with no. less than 9 $-216 < b, -216 < a < 216$ | 68.13034 | 32.47861 | 63.97896 | 117.00194 |
| 10 | except sections with no. less than 10 $-266 < b, -266 < a < 266$ | 75.53657 | 43.29980 | 82.04428 | 132.48656 |
| 11 | except sections with no. less than 11 $-346 < b, -346 < a < 346$ | 117.96477 | 105.06149 | 64.73821 | 111.74766 |
| 12 | except sections with no. less than 12 $-500 < b, -500 < a < 500$ | 115.02649 | 98.38718 | 119.95690 | 143.26790 |
| 13 | except sections with no. less than 13 $-880 < b, -880 < a < 880$ | 165.39782 | 251.85881 | 78.83422 | 131.25544 |
| 14 | except sections with no. 1 to 13 | 259.73531 | 421.63571 | 129.47513 | 215.13744 |

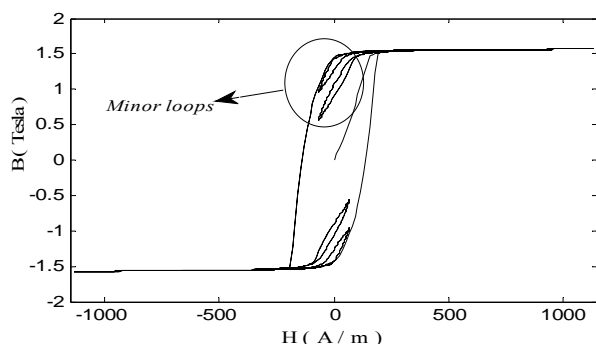
۳- نتایج شبیه سازی:

پیداست، زمانی که دامنه شدت میدان مغناطیسی کم باشد نتایج شبیه سازی به کمک مدل هدگدون چندان رضایت بخش نیست، ولی برای دامنه های بزرگتر از 1000 A/m (نزدیک به شرایط نامی) مدل دارای دقت قابل قبولی می‌باشد.

در مدل پریساج با توجه به انعطافی که در انتخاب پارامترهای تنظیم تابع چگالی وجود دارد، با ناحیه بندی مثلث پریساج و تخصیص پارامترهای ویژه برای هر ناحیه، نتایج مدل را می‌توان دقیقاً با نتایج آزمایش منطبق نمود. در این مقاله به کمک مرجع [۶] مثلث پریساج را به ۱۴ ناحیه تقسیم نموده ایم و مطابق روند توضیح داده شده در قسمت ۲-۳ مدل پریساج را کامپیوتری نموده‌ایم. لازم به ذکر است که در همین مرجع [۶] نتایج شبیه سازی مدل با نتایج آزمایشات مقایسه شده و دقت آن به اثبات رسیده است. در مدل هدگدون همانطور که گفته شد پارامترهای تنظیم منحصر بوده و از روی بزرگترین منحنی B-H یا به عبارت دیگر، اولین منحنی که در آن اشباع رخ می‌دهد و دارای بزرگترین سطح درونی حلقه می‌باشد، بدست می‌آید.



(الف)

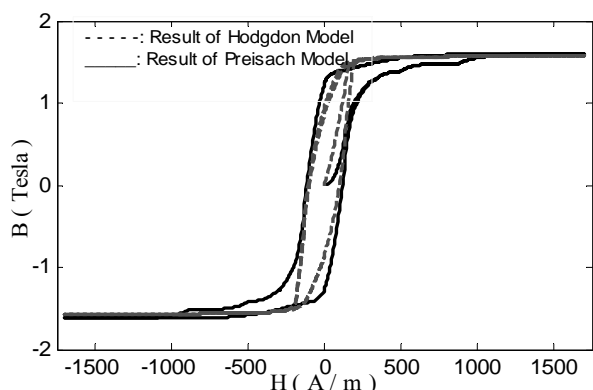


(ب)

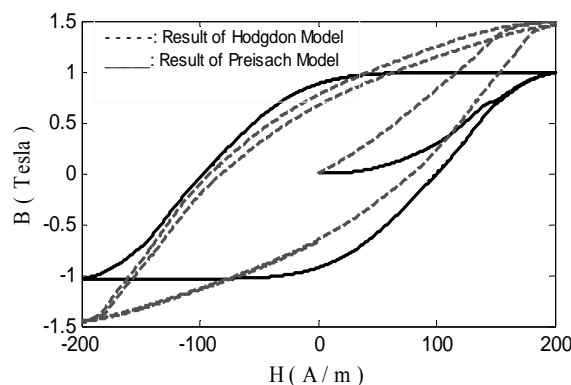
شکل ۵. الف: منحنی شدت میدان مغناطیسی هارمونیک

ب: منحنی B-H به ازای یک میدان هارمونیک شامل هارمونیک هفتم

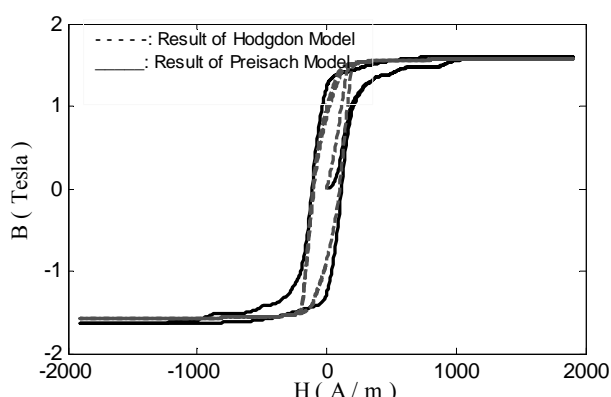
بیست و چهارمین کنفرانس بین‌المللی برق



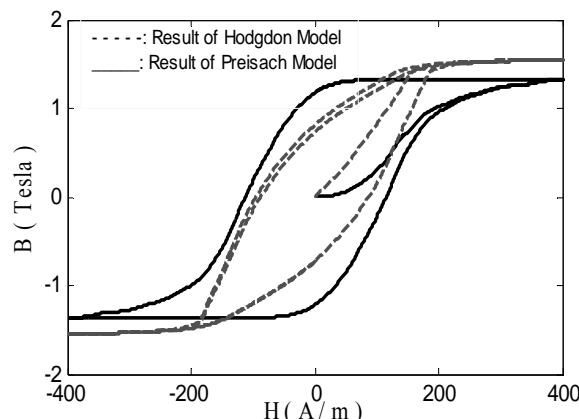
شکل ۱۰. منحنی B-H به ازای یک میدان سینوسی با دامنه ۱۷۰۰ A/m



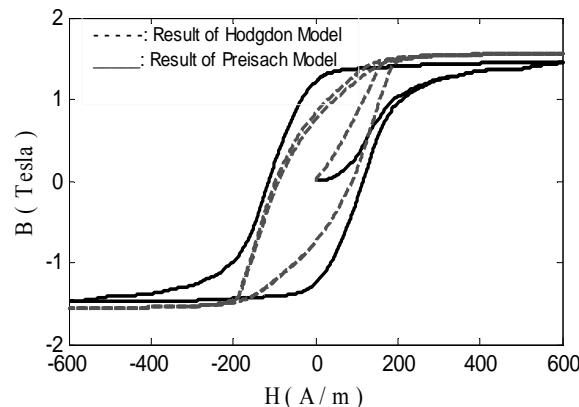
شکل ۶. منحنی B-H به ازای یک میدان سینوسی با دامنه ۲۰۰ A/m



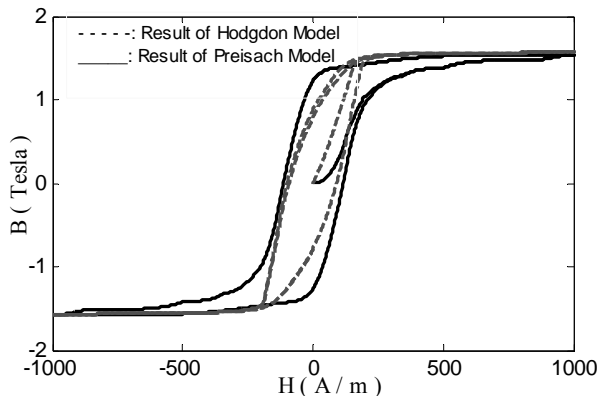
شکل ۱۱. منحنی B-H به ازای یک میدان سینوسی با دامنه ۱۹۰۰ A/m



شکل ۷. منحنی B-H به ازای یک میدان سینوسی با دامنه ۴۰۰ A/m



شکل ۸. منحنی B-H به ازای یک میدان سینوسی با دامنه ۶۰۰ A/m



شکل ۹. منحنی B-H به ازای یک میدان سینوسی با دامنه ۱۰۰۰ A/m

۴- نتیجه گیری:

در میان مدل‌های مطرح شده جهت مدل‌سازی رفتار هیستریزیسی، دو مدل هدگدون و پریساج که از بقیه مدل‌های مطرح شده کارآمدتر، جامع‌تر و قابل اجرا در میدان‌های هارمونیک نیز می‌باشند را در این مقاله مقایسه نموده ایم. در مدل پریساج با ناحیه بندی کردن مثلث پریساج و تخصیص پارامترهای تنظیم ویژه به هر ناحیه، به نتایج دقیقاً منطبق با آزمایش دست یافتیم. مدل هدگدون نیز برای میدان‌های نزدیک دامنه کم نتایج قابل قبولی ندارد ولی برای میدان‌های نزدیک نقطه کار بهینه (نقطه زانویی) نتایج دارای دقت قابل قبولی می‌باشند. بر اساس این مطالب نمی‌توان گفت پس مدل پریساج کارآمدتر می‌باشد، در واقع قضاوت در خصوص برتری مدل پریساج یا مدل هدگدون معطوف به نوع کاربرد می‌باشد، به عبارت دیگر پیچیدگی و محاسبات طولانی و زمان بر بودن همراه با دقت بسیار زیاد خصیصه مدل پریساج، سادگی و نیاز

بیست و چهارمین کنفرانس بین‌المللی برق

به اطلاعات مختصر از ماده فرو مغناطیس و همچنین داشتن دقت مورد قبول برای میدان‌های نزدیک به اشباع خصیصه مدل هدگدون می‌باشد.

مراجع:

- [1] Ahmad Darabi and Mohsen Khosravi " Inrush Current Modeling Using Preisach Model, " International Conference on Power Engineering, TPE 2009, Spain.
- [2] Ahmad Darabi and Mohsen Khosravi " Neutral Point Displacement of a Transformer in the Transient State, " International Conference on Power Engineering, TPE 2009, Spain.
- [3] Zdzislaw Wlodarski, "Modeling dynamic hysteresis loops and iron losses by the use of equivalent circuits," *Compel*, vol 24, no. 1, pp. 158-166 , 1996.
- [4] Ahmad Darabi and Mohsen Khosravi, " Transient Performance Prediction of Transformer by a Nonlinear Multi-values Hysteresis Model of Preisach", *World Applied Science Journal*, vol 6, No 9, 2009, pp. 1287-1297.
- [5] I. D. Mayergoyz, "Mathematical models of hysteresis," New York, USA, Springer Verlag, 1991.
- [6] A. Darabi, M. E. Ghazi, H. Lesani and A. Askarinejad, "Calculation of Local Iron Loss in Electrical Machines Using Finite Elements Method, " *Engineering Letters*, 15:2, EL_15_2_01, November. 2007.
- [7] Andrei, P.-Caltun, O.-Stancu, " Differential phenomenological models for magnetization processes in soft MnZn ferrites," *IEEE Trans. Magnetics* 34 (1998), 231-241.
- [8] B.D. Coleman, M.L. Hodgdon, " A constitutive Relation for Rate-Independent Hysteresis in Ferromagnetically soft Materials," *Int. J. Engng. Sci.*, 24, No. 6, 1986, pp. 897-919.
- [9] B.D. Coleman, M.L. Hodgdon, " On a class of constitutive Relations for Ferromagnetic Hysteresis," *Arch. Rational Mech. Anal.*, 99, No. 4, 1987, pp. 375-396.
- [10] Hodgdon M.L. , "Application of a theory of ferromagnetic hysteresis," *IEEE Trans. Magn*, vol. 24, No. 1, 1998, pp. 218-221.