

## بررسی اثر مورب کردن شیارهای روتور بر رپل‌های گشتاور در ماشین دوتحریکه بدون جاروبک

<sup>1</sup> حامد گرگین پور، <sup>1</sup> سیدهاشم اورعی، <sup>1</sup> امیر قائدی، <sup>2</sup> محسن خالقی

<sup>1</sup> دانشگاه صنعتی شریف،  
شرکت برق منطقه‌ای زنجان  
H\_gorgin@sharif.edu, orae@sharif.edu,  
ghaedi@sharif.edu, moh\_khaleghi@alumn.sharif.edu

واژه‌های کلیدی: ماشین دوتحریکه بدون جاروبک (BDFM)، گشتاور دندانه‌ای، نیرومحرکه الکتریکی برگشتی، رسانایی مغناطیسی، روتور حلقه‌آشپانه ای

### چکیده

ماشین دوتحریکه بدون جاروبک، ماشینی است که ویژگی مقاومت بودن ماشین القایی قفس سنجابی را به همراه قابلیت کنترل سرعت و ضریب توان ماشین سنکرون داراست. استاتور این ماشین دو دسته سیم‌پیچی سه‌فاز با تعداد قطب-های نابرابر دارد، از این‌رو هیچ‌گونه تزویج مغناطیسی به صورت مستقیم بین این دو سیم‌پیچی وجود ندارد و اغلب در فرکانس‌های متفاوت تحریک می‌شوند. این ماشین دارای سه حالت عملکرد القایی ساده، القایی آبشاری (cascade) و حالت سنکرون است که با تحریک مناسب سیم‌پیچ‌های استاتور حاصل می‌شود. به منظور عملکرد مطلوب ماشین بایستی تزویج بین میدان‌های مغناطیسی سیم‌پیچ‌های استاتور تنها از طریق روتور صورت گیرد. روتور دارای ساختار ویژه-

ای است که ساختار حلقه‌آشپانه‌ای<sup>1</sup> خوانده می‌شود و عمل تبدیل تعداد قطب‌ها با تولید هارمونیک‌های مکانی مناسب در شار تولیدی آن انجام می‌شود. در این مقاله روابط تحلیلی برای توصیف تأثیرات شیاربندی سطوح استاتور و روتور بر توزیع کمیت‌های ماشین دوتحریکه بدون جاروبک ارائه می‌گردد. سپس اثر مورب‌ساختن<sup>2</sup> شیارها و حلقه‌های روتور بر رپل‌های گشتاور الکترومکانیکی ماشین با استفاده از یک مدل تحلیلی مورد بررسی قرار می‌گیرد. رپل‌های گشتاور بر عملکرد ماشین بویژه در لحظه راه‌اندازی تأثیر گذاشته و در بعضی موارد مانع از راه‌اندازی موفق ماشین می‌شوند. گشتاور دندانه‌ای و همچنین اغتشاش توزیع سینوسی چگالی شار فاصله‌هوائی، دو منبع تولید رپل‌های گشتاور در ماشین‌های الکتریکی هستند که در این مقاله مورد مطالعه قرار می‌گیرند.

<sup>1</sup> Nested loop

<sup>2</sup> Skew

## علائم و اختصارات

$S$	لغزش، عرض اغتشاشی	$L_r$	تعداد حلقه‌ها در هر آشیانه روتور
$W$	طول محوری ماشین، انرژی مغناطیسی	$P_r$	تعداد آشیانه‌های روتور
$B$	چگالی شار مغناطیسی،	$T_c$	گشتاور دندانه‌ای
$d$	قطر متوسط فاصله هوایی	$W_c$	کو-انرژی مغناطیسی
$g$	طول شعاعی فاصله هوایی	$\mathfrak{S}$	نیرو محرکه مغناطیسی
$i$	تابع توزیع جریان	$h, \mu$	مرتبه هارمونیک
$z$	جهت ارتفاع در دستگاه مختصات فضایی	$\mathfrak{R}$	رلوکتانس مغناطیسی
$\alpha$	زاویه امتداد حلقه روتور، زاویه کجی شیار	$\Gamma$	ضریب اصطکاک
$\beta$	زاویه کجی شیار روتور	$\phi, \varphi$	شار مغناطیسی، تابع قالب بندی
$\delta$	عرض دهانه شیار	$G$	تابع رسانایی مغناطیسی نسبی
$\theta$	زاویه مکانیکی (رادیان)	$L$	امپدانس تزویج
$\lambda$	شار پیوندی	$M$	تعداد کل سیم پیچ‌های استاتور، تعداد
$\tau$	امتداد شیار	$N$	تعداد شیارها، تعداد دور در هر کوئل
$\omega$	فرکانس زاویه‌ای	$P$	تابع رسانایی مغناطیسی در واحد سطح،

## ۱- مقدمه

در شار تولیدی خود انجام می‌دهد. سیستم BDFM به همراه نحوه تحریک سیم‌پیچ‌های استاتور و ساختار روتور حلقه-آشیانه‌ای با سه حلقه در هر آشیانه، به ترتیب در شکل‌های ۱ و ۲ نشان داده شده است.

یکی از مشکلات ماشین دوتحریکه بدون جاروبک با ساختار کنونی عدم راه‌اندازی موفق در بعضی مواقع پس از اتصال منبع تغذیه به سیم‌پیچ‌ها، به دلیل وجود ریب‌های گشتاور می‌باشد. ریب‌های گشتاور تحت تأثیر ساختار ماشین و یا منبع تغذیه به وجود می‌آیند. سه منبع برای ریب‌های گشتاور وجود دارد که از ساختار مدارات الکتریکی و مغناطیسی ماشین منشأ می‌گیرند. یکی اثر دندانه‌ای می‌باشد که عکس‌العمل بین شار مغناطیسی روتور و رسانایی مغناطیسی متغیر فاصله هوایی ناشی از هندسه استاتور است و سبب تولید گشتاور دندانه‌ای می‌شود. دیگری اغتشاش چگالی شار مغناطیسی با توزیع سینوسی یا دوزنقه‌ای در فاصله هوایی است که سبب تولید گشتاور هارمونیک می‌گردد. و سوم تفاوت بین رسانایی مغناطیسی فاصله هوایی در محورهای  $d$  و  $q$  است که سبب تولید گشتاور رلوکتانسی می‌شود. ریب‌های گشتاور که در اثر منبع توان ایجاد می‌شوند ناشی از ریب‌های جریان تغذیه هستند و می‌توانند در اثر مدولاسیون پهنای پالس و یا کوموتاسیون جریان‌های فازی ایجاد شود [۶-۷].

ماشین دوتحریکه بدون جاروبک (BDFM)، یک ماشین تک‌قابه ذاتاً آبشاری<sup>۱</sup> است که به همراه یک مبدل الکترونیک قدرت دوجهته، یک سیستم محرکه سرعت متغیر (ASD) یا ژنراتور سرعت متغیر (VSG) را تشکیل می‌دهد [۱]. این ماشین به لحاظ مفاهیم و مبانی عملکرد همانند سیستمی متشکل از دو ماشین القایی با محور مشترک است که سیم‌پیچی‌های روتور بر روی آن قرار گرفته و به هم وصل شده است [۲]. استاتور یک BDFM توسط دو دسته سیم‌پیچی سه-فاز توزیع‌شده متعادل پوشیده شده است. این سیم‌پیچ‌ها دارای تعداد قطب‌های متفاوتی بوده و اغلب در فرکانس‌های متفاوت تحریک می‌شوند [۳] و هیچ‌گونه تزویج مغناطیسی مستقیمی بین سیم‌پیچ‌های استاتور وجود ندارد. روتور ماشین از نوع قفسی و با طراحی و ساختاری ویژه است که "حلقه‌آشیانه‌ای" نامیده می‌شود. ساختار ویژه روتور سبب افزایش هزینه ساخت و کاهش نسبی بازده ماشین گشته اما تحقق ویژگی‌های اتصال آبشاری را امکان‌پذیر می‌سازد [۴]. عملکرد مطلوب ماشین مستلزم آن است که تزویج میدان‌های مغناطیسی سیم‌پیچ‌های استاتور تنها از طریق روتور صورت گیرد که عمل تبدیل قطب‌ها را با تولید هارمونیک‌های مکانی مناسب

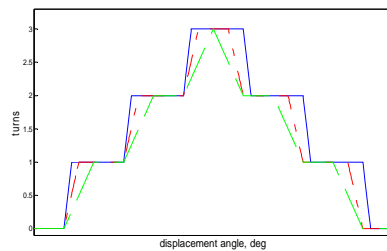
<sup>1</sup> self-cascaded

بیست و چهارمین کنفرانس بین‌المللی برق

ارائه شده است. گشتاور دندانه‌ای و اغتشاش شکل موج سینوسی ولتاژ القایی در سیم‌پیچ‌های استاتور دو منبع اصلی تولید ریبیل‌های گشتاور در ماشین‌های الکتریکی هستند که هر دو ناشی از شیاربندی سطوح استاتور و روتور می‌باشند. برای ساده شدن تحلیل‌ها فرض شده است: نفوذپذیری مغناطیسی و نسبی آهن استاتور و روتور بینهایت بوده، از اثرات انتهایی و عکس‌العمل آرمیچر صرف‌نظر شده، چگالی شار فاصله هوایی تنها دارای مؤلفه شعاعی است، شیب دادن به شیارهای استاتور و روتور به صورت خطی در امتداد محور ماشین انجام می‌شود و شیارهای استاتور و روتور دارای شکل مستطیلی هستند. لازم به ذکر است که شبیه‌سازی‌های انجام شده با ابعاد ماشین ساخته شده در دانشگاه کمبریج صورت گرفته که این مشخصات و ابعاد در ضمیمه آورده شده است.

۲- مورب‌سازی شیارهای روتور

در شکل ۳-الف یک حلقه روتور معمولی و مورب شده و در شکل ۳-ب توزیع هادی‌های این روتور حلقه‌آشپانه‌ای برای حالتی که شیارهای روتور مورب نشده و هنگامی که شیارها به اندازه  $\beta_{sk} = 0.25\alpha_r$  و  $\beta_{sk} = 0.5\alpha_r$  مورب شده‌اند، نشان داده شده است (زاویه گام شیار روتور می‌باشد).

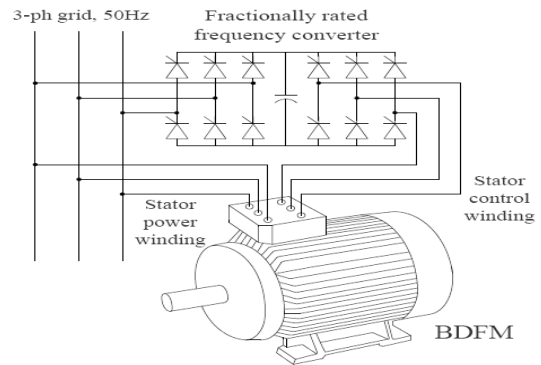


شکل ۳-الف (سمت راست) ساختارهای غیر مورب و مورب شده یک حلقه روتور. شکل با خطوط ممتد: ساختار مورب شده،

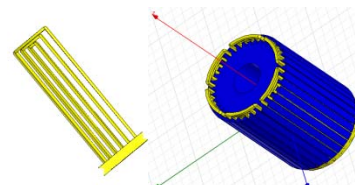
شکل با خطوط نقطه چین: ساختار غیر مورب. شکل ب- (سمت چپ) توزیع هادی‌های این روتور در حالت‌های معمولی و مورب شده

$n(\theta)$  تابع توزیع هادی و  $N(\theta)$  تابع توزیع سیم‌پیچی است که اگر طول فاصله هوایی ماشین یکنواخت فرض شود، از رابطه (۲-۲) محاسبه می‌شود.

$$N(\theta) = n(\theta) - \langle n(\theta) \rangle \quad (2-2)$$

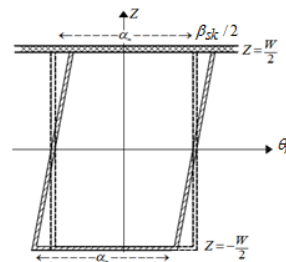


شکل ۱- سیستم BDFM و تحریک سیم پیچ های آن [۵]



شکل ۲- ساختار یک روتور حلقه آشپانه ای با سه حلقه در هر آشپانه

در ماشین دوتحریکه بدون جاروبک به دلیل شیاربندی سطوح استاتور و روتور و اغتشاش شکل موج نیرومحرکه الکتریکی برگشتی، گشتاور دندانه‌ای و گشتاور هارمونیک وجود دارد. همچنین به دلیل تغذیه سیم‌پیچ کنترل ماشین توسط مبدل الکترونیک قدرت و هارمونیک بودن جریان‌های تحریک، ریبیل‌های گشتاور ناشی از منبع تغذیه نیز وجود دارد. در این مقاله روابط تحلیلی جهت توصیف نقش شیاربندی استاتور و روتور بر عملکرد ماشین دوتحریکه بدون جاروبک



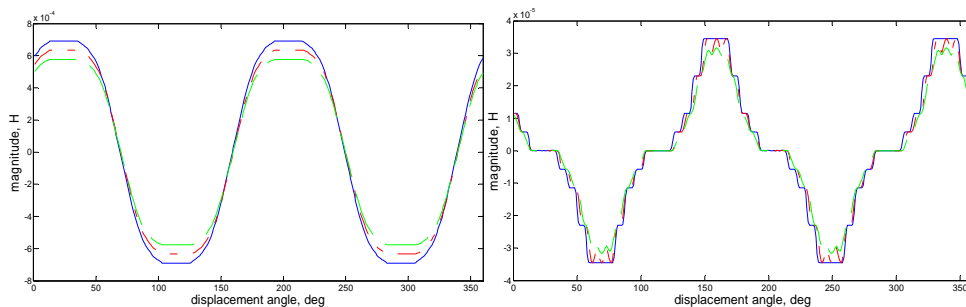
نوسانات گشتاور در یک ماشین الکتریکی متناسب با نرخ تغییرات مکانی اندوکتانس متقابل روتور و استاتور  $(\frac{dL_{sr}}{d\theta})$  است. این اندوکتانس از رابطه (۱-۲) محاسبه می‌شود [۸].

$$L_{sr} = \mu_0 \frac{d}{2} W \int_0^{2\pi} \frac{1}{g} n_r(\theta_s) N_s(\theta_s) d\theta_s \quad (1-2)$$

### بیست و چهارمین کنفرانس بین‌المللی برق

اما هارمونیک‌های مکانی توزیع مشتقات و ریبیل‌های آن کمتر شده‌است. بنابراین از بررسی‌های اولیه این‌گونه استنباط می‌گردد که مورب کردن شیارهای روتور سبب کاهش نوسانات گشتاور الکترومکانیکی تولیدی ماشین می‌گردد. در این محاسبات، استاتور و روتور بدون شیار فرض شده بودند. در ادامه به مطالعه تأثیر شیاربندی بر ریبیل‌های گشتاور الکترومکانیکی تولیدی ماشین پرداخته می‌شود.

در این رابطه،  $\langle n(\theta) \rangle$  مقدار متوسط تابع توزیع هادی است. اندوکتانس متقابل فاز A از سیم‌پیچ توان استاتور به حلقه وسط آشیانه مرجع روتور و مشتق آن نسبت به موقعیت روتور، در حالتی که شیارها مستقیم بوده و همچنین هنگامی که به اندازه ۵ و ۱۰ درجه مورب شده‌اند، در شکل ۴ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، دامنه اندوکتانس متقابل با مورب کردن شیارها کاهش یافته که نامطلوب است



شکل ۴- اندوکتانس متقابل فاز A از سیم‌پیچ توان استاتور به حلقه وسط آشیانه مرجع روتور (شکل سمت راست) و مشتق آن (شکل سمت چپ) نسبت به موقعیت روتور، در حالتی که شیارها مستقیم بوده و همچنین هنگامی که به اندازه ۵ و ۱۰ درجه مورب شده‌اند

رسانایی مغناطیسی نسبی به‌دست می‌آید. تابع رسانایی مغناطیسی نسبی استاتور در هنگامی که تنها تأثیر شیارهای استاتور بر تغییرات رسانایی مغناطیسی فاصله هوایی لحاظ شده، از رابطه (۱-۳) و تابع رسانایی مغناطیسی نسبی فاصله هوایی تنها با در نظر گرفتن شیارهای روی سطح روتور، از رابطه (۲-۳) قابل محاسبه است [۹].

$$G_{ag}^s(\theta_s) = \begin{cases} 1 - \beta_s (1 + \cos(\frac{\tau_s N_s}{S_s} \theta_s)) & |\theta_s| \leq \frac{S_s \pi}{\tau_s N_s} \\ 1 & \frac{S_s \pi}{\tau_s N_s} \leq \theta_s \leq \frac{\pi}{N_s} \end{cases} \quad (1-3)$$

$$G_{ag}^r(\theta_r) = \begin{cases} 1 - \beta_r (1 + \cos(\frac{\tau_r N_r}{S_r} \theta_r)) & |\theta_r| \leq \frac{S_r \pi}{\tau_r N_r} \\ 1 & \frac{S_r \pi}{\tau_r N_r} \leq \theta_r \leq \frac{\pi}{N_r} \end{cases}$$

$$\theta_r = \theta_r + \omega_r t, \omega_r = \frac{\omega_p + \omega_c}{P_p + P_c}$$

(۲-۳)

در روابط (۱-۳) و (۲-۳)، زیرنویس‌های  $s$  و  $r$  بیان‌کننده وابستگی کمیت مربوطه به استاتور و روتور بوده و عرض

### ۳- عبارات تحلیلی کمیت‌ها در ساختاری با شیارهای مستقیم

در این بخش روابط تحلیلی برای رسانایی مغناطیسی<sup>۱</sup> فاصله هوایی، شار فاصله هوایی، گشتاور دندانه‌ای و ولتاژ القایی در سیم‌پیچ‌های استاتور به‌زای تعداد دلخواه از شیارهای استاتور و روتور و هر الگوی سیم‌پیچی ارائه شده است.

#### ۱-۳ توزیع رسانایی مغناطیسی فاصله هوایی

در ماشین دوتحریکه بدون جاروبک رسانایی مغناطیسی فاصله هوایی به‌دلیل اشباع هسته آهنی، شیاربندی استاتور و روتور، خارج از مرکز بودن محور استاتور و روتور و عدم تقارن‌هایی که حیثاً در ساختار ماشین به‌وجود می‌آید، غیریکنواخت است. این مسئله سبب پالسی شدن چگالی شار فاصله هوایی، تولید گشتاور دندانه‌ای، ریبیل‌های نیرومحرکه الکتریکی برگشتی، نویز و لرزش هنگام چرخش موتور می‌شود. رسانایی مغناطیسی فاصله هوایی در واحد سطح از تابع

<sup>1</sup> Permeance

### بیست و چهارمین کنفرانس بین‌المللی برق

تابع رسانایی مغناطیسی نسبی فاصله هوایی با متوسط‌گیری از توابع رسانایی مغناطیسی نسبی استاتور و روتور به دست می‌آید و رسانایی مغناطیسی فاصله هوایی در واحد سطح طبق رابطه (۸-۳) از رسانایی مغناطیسی نسبی محاسبه می‌شود.

$$G_{ag}(\theta_s, \theta_R) = \frac{G_{ag}^s(\theta_s) + G_{ag}^r(\theta_s - \theta_R)}{2} \quad (7-3)$$

$$P_{ag}(\theta_s, \theta_R) = \frac{\mu_0}{g} G_{ag}(\theta_s, \theta_R) \quad (8-3)$$

تابع رسانایی مغناطیسی فاصله هوایی می‌تواند با استفاده از سری فوریه به صورت حاصل جمع مؤلفه‌های هارمونیک مکانی نوشته شود.

$$P_{ag}(\theta_s, \theta_R) = \frac{\mu_0}{g} (G_0^s + \sum_{h=1}^{\infty} G_h^s \cos(hN_s \theta_s) + G_0^r + \sum_{h=1}^{\infty} \cos(hN_r(\theta_s - \theta_R))) \quad (9-3)$$

از روابط فوق به وضوح استنباط می‌شود که رسانایی مغناطیسی فاصله هوایی تابعی از زمان یا موقعیت روتور است. توزیع رسانایی مغناطیسی فاصله هوایی برای سه موقعیت مختلف شیارهای استاتور و روتور در شکل ۵ نشان داده شده است.

اغتشاشی  $S$  در این روابط، از رابطه (۳-۳) محاسبه می‌شود.  $g$  طول فاصله هوایی،  $\gamma$  و  $\beta$  توابعی از نسبت عرض شیار به طول فاصله هوایی ( $\frac{\delta}{g}$ ) می‌باشند و از روابط (۳-۴) و (۳-۵) به دست می‌آیند [۹].

$$S = g(\gamma / \beta) \quad (3-3)$$

$$\gamma = \frac{4}{\pi} \left[ \frac{\delta}{2g} \tan^{-1} \left( \frac{\delta}{2g} \right) - \ln \sqrt{1 + \left( \frac{\delta}{2g} \right)^2} \right] \quad (4-3)$$

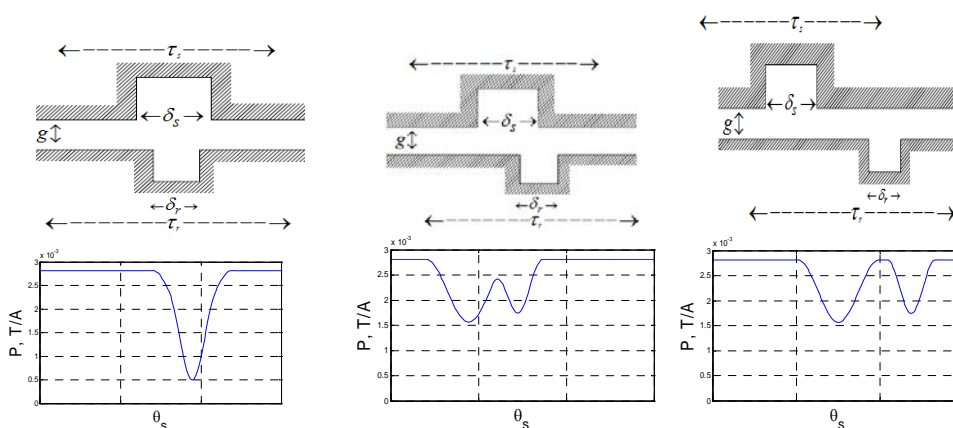
$$\beta = \frac{(1-u^2)}{2(1+u^2)}, \quad u = \frac{\delta}{2g} + 1 + \left( \frac{\delta}{2g} \right)^2 \quad (5-3)$$

$G_{ag}^s(\theta_s)$  و  $G_{ag}^r(\theta_R)$  به ترتیب دارای توزیع مشابه روی هر زاویه امتداد شیار استاتور و روتور هستند و می‌توانند به روش سری فوریه بسط داده شوند.

$$G_{ag}(\theta) = G_0 + \sum_{h=1}^{\infty} G_h \cos(h\theta)$$

$$G_0 = 1 - \frac{\beta S}{\tau} \quad (6-3)$$

$$G_h = -\frac{2\beta}{h\pi} \frac{1}{1 - \left( \frac{hS}{\tau} \right)^2} \sin\left( \frac{hS\pi}{\tau} \right)$$



شکل ۵- موقعیت های مختلف شیارهای استاتور و روتور نسبت به یکدیگر به همراه توزیع های رسانایی مغناطیسی فاصله هوایی مربوطه

هنگام کارکرد ماشین، تحریک می‌شوند. پس چگالی شار فاصله هوایی ماشین تنها در اثر شار روتور تولید می‌شود و از رابطه (۳-۱۰) محاسبه می‌گردد.

$$\phi_{ag}(\theta_s, \theta_R) \mathfrak{R}_{ag}(\theta_s, \theta_R) = \mathfrak{F}_{ag}^r(\theta_s, \theta_R) \quad (10-3)$$

### ۳-۲- توزیع چگالی شار فاصله هوایی

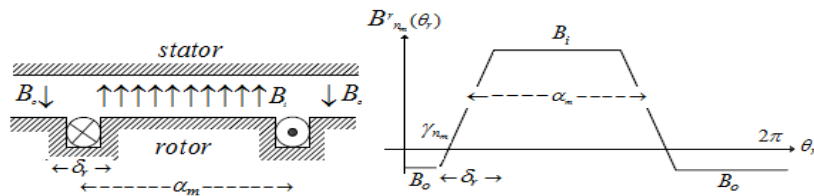
اگر از اشباع مغناطیسی و عکس‌العمل آرمیچر صرف نظر شود، گشتاور دندانه‌ای مستقل از جریان‌های استاتور خواهد بود. بنابراین در ادامه فرض می‌شود که استاتور بدون تحریک است و حلقه‌های روتور توسط منابع جریان برابر با جریان‌هایشان

بیست و چهارمین کنفرانس بین‌المللی برق

در حلقه‌های قرار گرفته در موقعیت مشابه این حلقه و در آشیانه‌های مجاور دارای دامنه  $I_m$  و اختلاف فاز  $(n-1)\frac{2\pi}{p_r}$  می‌باشد. در شکل ۶ حلقه شماره  $m$  از آشیانه مرجع روتور، که به اندازه  $\alpha_m$  امتداد دارد و حامل جریان  $I_m$  می‌باشد، چگالی شار مغناطیسی تولیدی و شکل موج آن نشان داده شده است. با اعمال قانون آمپر و این محدودیت که شار کل واردشونده یا خارج‌شونده از سطح روتور باید صفر باشد، ثابت می‌شود که چگالی شاری که از درون حلقه وارد فاصله هوایی می‌شود و چگالی شار واردشونده به فاصله هوایی از خارج حلقه، به ترتیب از روابط (۱۴-۳) و (۱۵-۳) محاسبه می‌شوند.

$$B_i = \frac{\mu_0}{g} (1 - \frac{\alpha_m}{2\pi}) I_m \quad (14-3)$$

$$B_0 = -\frac{\mu_0 \alpha_m}{2\pi g} I_m \quad (15-3)$$



شکل ۶- چگالی شار تولیدی توسط یک حلقه جریان روتور و شکل موج آن

$$B'_n = [B'_{n1} B'_{n2} \dots B'_{nL_r}]^T \quad (18-3)$$

در دو رابطه بالا، چگالی شار کلی تولیدی ناشی از عبور جریان از حلقه شماره  $m$  از آشیانه شماره  $n$  روتور است و  $B'_{nm}$  چگالی شاری است که توسط این حلقه تولید شده، بدون این که چگالی شار سایر حلقه‌ها در نظر گرفته شود. نمودار سه بعدی چگالی شار کلی تولیدی روتور بر حسب زمان و زاویه جابجایی، شکل موج میدان بر حسب موقعیت در یک زمان دلخواه و مؤلفه‌های هارمونیک این توزیع مکانی در شکل ۷ نشان داده شده است.

در این رابطه  $\Phi_{ag}$  و  $\mathfrak{R}_{ag}$  به ترتیب شار و رلوکتانس فاصله هوایی و  $\mathfrak{S}_{ag}^r$ ، نیرو محرکه مغناطیسی تولیدی روتور در فاصله هوایی است.

$$\Phi_{ag}(\theta_s, \theta_r) = B_{ag}(\theta_s, \theta_r) A_{ag} \quad (11-3)$$

$$\mathfrak{R}_{ag}(\theta_s, \theta_r) = 1 / (p_{ag}(\theta_s, \theta_r) A_{ag}) \quad (12-3)$$

$A_{ag}$  مساحت سطح مقطع فاصله هوایی ماشین است. رابطه بین نیرومحرکه مغناطیسی روتور و میدان مغناطیسی به صورت رابطه (۱۳-۳) است.

$$\mathfrak{S}^r(\theta_r) = \frac{\mu_0}{g} B^r(\theta_r) \quad (13-3)$$

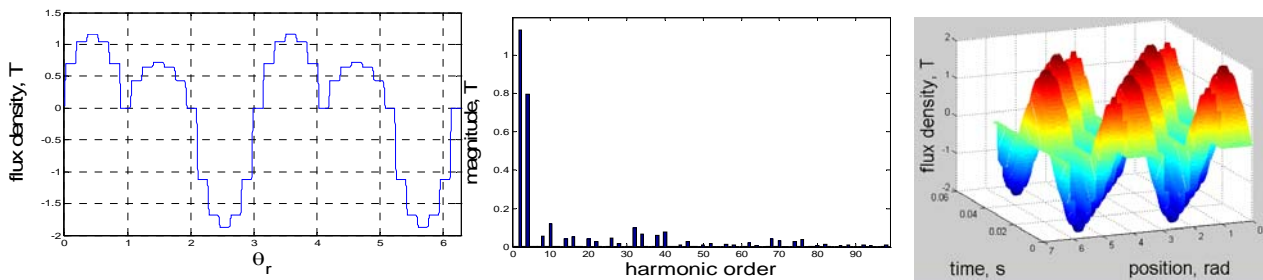
هر یک از آشیانه‌های روتور از  $n=1$  (آشیانه مرجع) تا  $n = p_r$  و حلقه‌های هر آشیانه از خارجی‌ترین حلقه ( $m=1$ ) تا داخلی‌ترین آن ( $m = L_r$ ) شماره‌گذاری شده است. اگر جریان در حلقه شماره  $m$  از آشیانه مرجع برابر با  $I_m$  باشد، جریان

رابطه (۱۶-۳) معادله ماتریسی چگالی شار کلی روتور را برای هر آشیانه با در نظر گرفتن اثر چگالی شار تولیدی سایر حلقه‌ها بیان می‌کند.

$$\begin{bmatrix} B'_{1,tot} \\ B'_{2,tot} \\ \vdots \\ B'_{p_r,tot} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[ \frac{l_s}{[1,1,\dots,1]} \right] & \left[ \frac{-\alpha_1}{2\pi-\alpha_1}, \frac{-\alpha_2}{2\pi-\alpha_2}, \dots, \frac{-\alpha_{l_s}}{2\pi-\alpha_{l_s}} \right] & \dots & \left[ \frac{-\alpha_1}{2\pi-\alpha_1}, \frac{-\alpha_2}{2\pi-\alpha_2}, \dots, \frac{-\alpha_{l_s}}{2\pi-\alpha_{l_s}} \right] \\ \left[ \frac{-\alpha_1}{2\pi-\alpha_1}, \frac{-\alpha_2}{2\pi-\alpha_2}, \dots, \frac{-\alpha_{l_s}}{2\pi-\alpha_{l_s}} \right] & \left[ \frac{l_s}{[1,1,\dots,1]} \right] & \dots & \left[ \frac{-\alpha_1}{2\pi-\alpha_1}, \frac{-\alpha_2}{2\pi-\alpha_2}, \dots, \frac{-\alpha_{l_s}}{2\pi-\alpha_{l_s}} \right] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left[ \frac{-\alpha_1}{2\pi-\alpha_1}, \frac{-\alpha_2}{2\pi-\alpha_2}, \dots, \frac{-\alpha_{l_s}}{2\pi-\alpha_{l_s}} \right] & \left[ \frac{-\alpha_1}{2\pi-\alpha_1}, \frac{-\alpha_2}{2\pi-\alpha_2}, \dots, \frac{-\alpha_{l_s}}{2\pi-\alpha_{l_s}} \right] & \dots & \left[ \frac{l_s}{[1,1,\dots,1]} \right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B'_1 \\ B'_2 \\ \vdots \\ B'_{p_r} \end{bmatrix} \quad (16-3)$$

$$B'_{n,tot} = [B'_{n1,tot} B'_{n2,tot} \dots B'_{nL_r,tot}]^T \quad (17-3)$$

بیست و چهارمین کنفرانس بین‌المللی برق



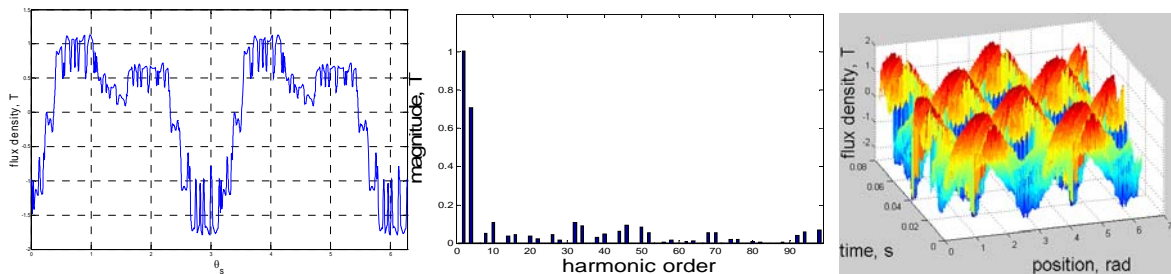
شکل ۷: نمودار سه بعدی چگالی شار تولیدی حلقه‌های جریانی روتور (سمت راست)، توزیع چگالی شار تولیدی روتور بر حسب موقعیت در یک زمان ثابت (شکل وسط)، مؤلفه‌های هارمونیک مکانی چگالی شار تولیدی روتور (سمت چپ)

$$B_{ag}(\theta_s, \theta_r) = 0.5 \{ G_0^s + \sum_{h=1}^{\infty} G_h^s \cos(hN_s \theta_s) + G_0^r + \sum_{h=1}^{\infty} G_h^r \cos(hN_r(\theta_s - \theta_r)) \} \sum_{k=1}^{\infty} B_k^r \sin(k(\theta_s - \theta_r) - \phi_k(t_0)) \quad (20-3)$$

چگالی شار فاصله هوایی به‌عنوان تابعی از زمان و موقعیت روتور، توزیع چگالی شار فاصله هوایی بر حسب موقعیت در یک زمان ثابت و مؤلفه‌های هارمونیک این توزیع در شکل ۸ نشان داده شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود شکل موج میدان دارای مؤلفه‌های هارمونیک بزرگی از مرتبه تعداد جفت قطب‌های سیم-پیچ توان و کنترل ماشین مورد استفاده برای شبیه‌سازی‌ها است. این به معنی وجود تزویج متقابل در ماشین است. میدان مغناطیسی فاصله هوایی از توزیع رسانایی مغناطیسی نسبی فاصله هوایی و توزیع چگالی شار تولیدی روتور طبق رابطه (۱۹-۳) به دست می‌آید. که سری فوریه این عبارت در رابطه (۲۰-۳) آورده شده است.

$$B_{ag}(\theta_s, \theta_r) = G_{ag}(\theta_s, \theta_r) B_{ag}^r(\theta_s, \theta_r) \quad (19-3)$$



شکل ۸- نمودار سه بعدی چگالی شار در فاصله هوایی (سمت راست)، توزیع چگالی شار فاصله هوایی بر حسب موقعیت در یک زمان ثابت (شکل وسط)، مؤلفه‌های هارمونیک مکانی چگالی شار در فاصله هوایی (سمت چپ)

انرژی فاصله هوایی که تحت شرایط ذکر شده محاسبه گردید، نسبت به موقعیت به دست می‌آید. اما موقعیت خود تابعی از زمان و زاویه مکانیکی حول محیط استاتور بوده و گشتاور دندانه‌ای نیز تابعی از زمان و زاویه مکانیکی خواهد بود.

$$T_c = \frac{dw_{ag}(\theta_r)}{d\theta_r} \quad (21-3)$$

بنابراین ابتدا باید انرژی مغناطیسی در فاصله هوایی محاسبه شود (با فرض ناچیز بودن انرژی در هسته آهنی).

از شکل‌های فوق واضح است که شیاربندی، موجب اغتشاش چگالی شار در فاصله هوایی، کاهش دامنه مؤلفه‌های هارمونیک مکانی مطلوب و هارمونیک‌تر شدن توزیع چگالی شار فاصله هوایی شده است.

۳-۳- گشتاور دندانه‌ای

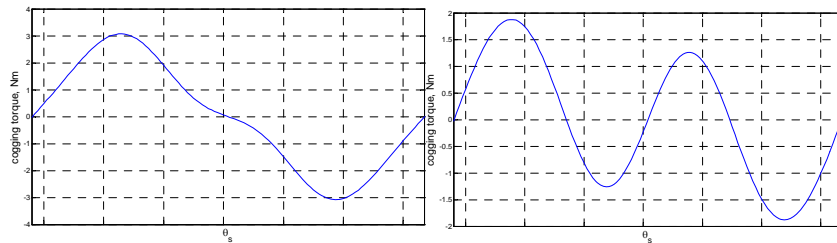
گشتاور دندانه‌ای به دلیل تغییرات انرژی در فاصله هوایی با تغییر موقعیت روتور بدون در نظر گرفتن اثر میدان‌های تولیدی استاتور به وجود می‌آید. گشتاور دندانه‌ای از نرخ تغییرات

بیست و چهارمین کنفرانس بین‌المللی برق

داشت زیرا گشتاور دندانه‌ای در اثر عکس‌العمل بین میدان مغناطیسی روتور و رسانایی مغناطیسی متغیر فاصله هوایی ناشی از هندسه شیارهای استاتور، شکل می‌گیرد. گشتاور دندانه‌ای به‌ازای یک زاویه امتداد شیار استاتور و در دو زمان دلخواه در شکل ۹ نشان داده شده است. در این شکل‌ها دیده می‌شود که گشتاور دندانه‌ای دارای مقدار صفر در مرکز شیار، مقادیر کمینه - بیشینه در دندانه‌های شیار و توزیع متقارن نسبت به مرکز شیار می‌باشد.

$$W_{ag}(\theta_R) = \int_0^{2\pi} \int_{\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2} + g} \int_{r_r}^{r_s} \frac{1}{2\mu_0} B_{ag}^2(\theta_s, \theta_R) r dr dz d\theta_s = \frac{1}{2\mu_0} Wg \left( r_r + \frac{g}{2} \right) \int_0^{2\pi} B_{ag}^2(\theta_s, \theta_R) d\theta_s \quad (22-3)$$

طبق رابطه (۲۰-۳)، این انتگرال می‌تواند به‌صورت حاصل-جمع ۴ انتگرال نوشته شود که فقط انتگرالی که شامل حاصل-ضرب رسانایی مغناطیسی متغیر شیارهای استاتور و میدان تولیدی روتور است، حاصلی غیر صفر و تابعی از  $\theta_R$  خواهد



شکل ۹- گشتاور دندانه‌ای روی یک زاویه امتداد شیار استاتور در  $t_0=0$  (سمت راست)، و  $t_1=4.5$  ms (سمت چپ)

فاز استاتور دارای  $N_i$  دور باشد و بازوهای آن در شیارهایی که در زوایای  $\theta_{s0}$  و  $\theta_{s1}$  قرار دارند جازده شود، شار پیوندی آن از رابطه (۲۵-۳) محاسبه می‌شود.

$$\lambda_i(\theta_R) = W r_s N_i \int_{\theta_{s0}}^{\theta_{s1}} B_{ag}(\theta_s, \theta_R) d\theta_s \quad (25-3)$$

واضح است که شیاربندی استاتور و روتور بر شکل موج ولتاژ القا شده در سیم‌پیچ‌های استاتور تأثیر می‌گذارد. بنابراین اغتشاش شکل موج نیرومحرکه الکتریکی برگشتی ناشی از هندسه شیارهای استاتور و شیارهای روتور خواهد بود. شکل موج‌های ولتاژ القایی در فاز مرجع سیم‌پیچ‌های توان و کنترل، برحسب زاویه مکانیکی حول محیط استاتور و در یک زمان دلخواه ثابت، در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

۳-۴- نیرومحرکه الکتریکی برگشتی

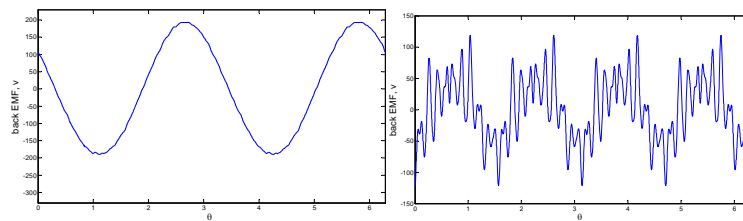
نیرومحرکه الکتریکی برگشتی نرخ تغییرات زمانی شار پیوندی است و از رابطه (۲۳-۳) به‌دست می‌آید.

$$E_{ph}(\theta_R) = -\frac{d\lambda_{ph}(\theta_R)}{dt} = -\omega_r \frac{d\lambda_{ph}(\theta_R)}{d\theta_R} \quad (23-3)$$

شار پیوندی سیم‌پیچ از حاصل جمع شارهای پیوندی کویل‌ها بدست می‌آید.

$$\lambda_{ph}(\theta_R) = \sum_{i=1}^M \lambda_i(\theta_R) \quad (24-3)$$

شار پیوندی کویل‌های یک فاز سیم‌پیچ استاتور از چگالی شار فاصله هوایی و تابع توزیع سیم‌پیچی محاسبه می‌شود. شار پیوندی در یک کویل استاتور از حاصل جمع شار عبوری از حلقه‌های آن به‌دست می‌آید. اگر یک کویل از سیم‌پیچی یک

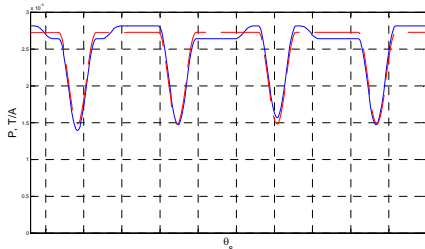


شکل ۱۰- نیرومحرکه الکتریکی برگشتی القا شده در یک فاز سیم‌پیچ توان (سمت راست) و سیم‌پیچ کنترل (سمت چپ)

استخراج شد، به بررسی چگونگی تغییر این کمیت‌ها پس از مورب شدن شیارهای روتور، پرداخته می‌شود. شبیه‌سازی برای حالتی که شیارهای روتور به اندازه ۰/۵ و ۱ برابر زاویه امتداد شیارهای خود مورب شده‌اند، انجام شده است. زاویه امتداد شیار روتور برابر ۱۰ درجه می‌باشد.

#### ۱-۵ توزیع رسانایی مغناطیسی فاصله هوایی

در شکل ۱۱ توزیع رسانایی مغناطیسی برای حالت مورب- شدن شیارها و حلقه‌های روتور نشان داده شده است.



شکل ۱۱- توزیع رسانایی مغناطیسی فاصله هوایی هنگامی که شیارهای روتور مورب شده‌اند. نمودار با خطوط ممتد و نمودار با خط چین به- ترتیب برای هنگامی است که شیارهای روتور به اندازه ۰/۵ و ۱ زاویه امتداد شیار، کج شده‌اند.

مقایسه این شکل با شکل ۵ که توزیع رسانایی مغناطیسی فاصله هوایی برای حالت معمول شیارها نشان می‌دهد که تغییرات پالسی شکل در توزیع رسانایی مغناطیسی فاصله هوایی بسته به میزان زاویه‌ای که به شیارهای روتور داده می‌شود، کاهش می‌یابد. تأثیر شیاربندی روی سطح روتور بر تغییرات توزیع رسانایی مغناطیسی فاصله هوایی هنگامی که شیارهای روتور به اندازه ۱ برابر زاویه امتداد شیارهای خود، کج ساخته می‌شوند، بطور کامل حذف شده است.

#### ۲-۵ توزیع چگالی شار فاصله هوایی

تأثیر مورب ساختن شیارها بر چگالی شار در فاصله هوایی مشابه تأثیر آن بر رسانایی مغناطیسی است. دیاگرام سه بعدی تغییرات چگالی شار فاصله هوایی برای حالتی که شیارهای روتور به اندازه زاویه امتدادشان کج شده‌اند، توزیع میدان فاصله هوایی در یک زمان دلخواه و بر حسب زاویه جابجایی

ریبیل‌هایی در پیک‌های مثبت و منفی شکل موج ولتاژ القایی در سیم‌پیچ توان و همچنین هارمونیک‌های مکانی در شکل موج ولتاژ القایی سیم‌پیچ کنترل مشاهده می‌شود.

#### ۴- مدل تحلیلی برای در نظر گرفتن اثر مورب کردن شیارها

هنگامی که شیارهای روتور مورب می‌شوند مقادیر کمیت‌های استاتور برای لحاظ نمودن تغییر خطی جابه‌جایی فاز به‌عنوان تابعی از فاصله محوری باید اصلاح شوند. اگر معادله کلی یک کمیت روتور که شیارهای آن مورب نشده، به شکل سری فوریه رابطه (۱-۴) باشد، هنگامی که شیارهای استاتور مورب می‌شود، این رابطه برای توصیف مقدار کمیت خود در یک سطح مقطع از ماشین به‌صورت رابطه (۲-۴) اصلاح می‌شود.

$$f^r(\theta_r) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos(n\theta_r) + B_n \sin(n\theta_r) \quad (1-4)$$

$$f_{sk}^r(\theta_r, z) = \frac{1}{w} \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos(n(\theta_r + \frac{z}{w} \beta_{sk})) + B_n \sin(n(\theta_r + \frac{z}{w} \beta_{sk})) \quad (2-4)$$

رابطه کلی معرف کمیت‌های روتوری که شیارهای آن مورب شده‌اند، از انتگرال‌گیری روی رابطه (۲-۴) در امتداد طول محوری ماشین و سپس متوسط‌گیری نسبت به این طول به- دست می‌آید.

$$f_{sk}^r(\theta_r) = \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} f_{sk}^r(\theta_r, z) dz \quad (3-4)$$

$$f_{sk}^r(\theta_r) = \sum_{n=0}^{\infty} \text{sinc}(\frac{n\beta_{sk}}{2})(A_n \cos(n\theta_r) + B_n \sin(n\theta_r)) \quad (4-4)$$

رابطه (۴-۴) بیان می‌کند که مورب کردن شیارهای استاتور، باعث کاهش دامنه مؤلفه‌های هارمونیک مکانی فرکانس بالا در کمیت‌های استاتور می‌گردد زیرا سری فوریه اولیه توسط یک تابع sinc مدوله شده است. به عبارت دیگر تابع اولیه از یک فیلتر پایین‌گذر عبور داده می‌شود.

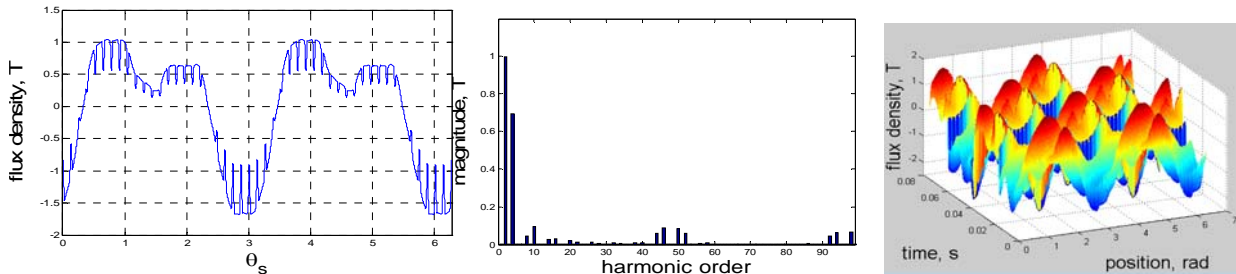
#### ۵- بررسی تأثیرات مورب کردن شیارها

در این بخش با استفاده از مدل‌های تحلیلی استخراج شده در بخش ۴ و روابط تحلیلی کمیت‌های ماشین که در بخش ۳

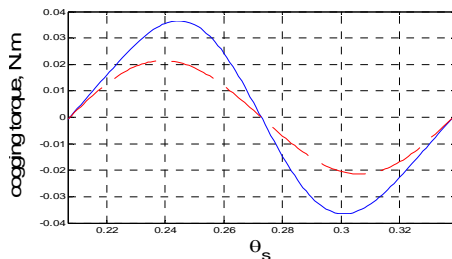
**بیست و چهارمین کنفرانس بین‌المللی برق**

توزیع چگالی شار، به نحو مطلوبی کاهش یافته و اغتشاش شکل موج آن نیز کمتر شده است.

در مرجع استاتور و همچنین مؤلفه‌های هارمونیک مکانی این توزیع در شکل ۱۲ نشان داده شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان‌دهنده این مطلب است که دامنه هارمونیک‌های مکانی



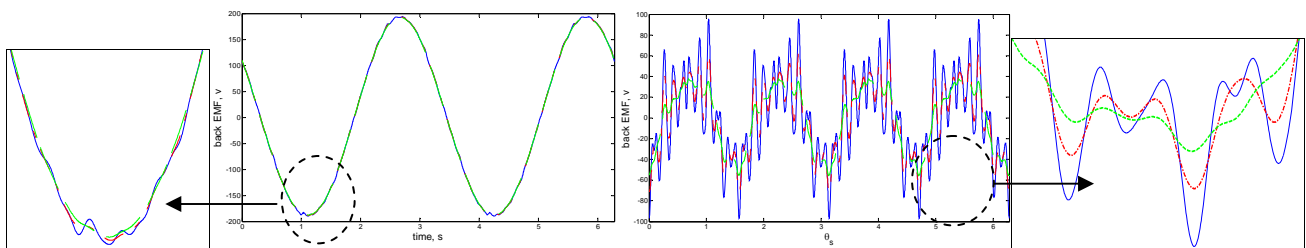
شکل ۱۲- تغییرات سه بعدی چگالی شار فاصله هوایی (سمت راست)، تغییرات چگالی شار فاصله هوایی بر حسب موقعیت و در یک زمان ثابت (شکل وسط)، مؤلفه‌های هارمونیک مکانی توزیع چگالی شار (سمت چپ) هنگامی که شیارهای روتور به اندازه زاویه امتداد شیار مورب شده‌اند.



شکل ۱۳- گشتاور دندانه‌ای روی یک شیار استاتور هنگامی که شیارهای روتور به اندازه ۰/۵ (نمودار با خط ممتد) و ۱ برابر (نمودار با خط چین) زاویه امتداد شیار مورب شده‌اند.

**۳-۵- گشتاور دندانه ای**

شکل موج‌های گشتاور دندانه‌ای روی یک زاویه امتداد شیار استاتور، در زمانی ثابت و برای حالتی که شیارهای روتور اریب شده‌اند، در شکل ۱۳ رسم شده است. همان‌طور که از شکل مشاهده می‌شود، مورب کردن شیارهای روتور تأثیر بسیار قابل ملاحظه‌ای بر کاهش دامنه ریبیل‌های گشتاور دندانه‌ای دارد و میزان اثرگذاری آن بستگی به زاویه مورب سازی شیارها دارد.



شکل ۱۴- نیرو محرکه الکتریکی القایی در یک فاز سیم‌پیچ توان (دو شکل سمت راست) و در یک فاز سیم پیچ کنترل (دو شکل سمت چپ)، در حالت معمول (منحنی با خط ممتد)، حالت مورب شدن شیارهای روتور به اندازه ۰/۵ (منحنی خط-نقطه) و ۱ (منحنی خط‌چین) برابر زاویه امتداد شیار روتور

**۶- نتیجه گیری و پیشنهادات**

در این مقاله یک رهیافت تحلیلی برای لحاظ نمودن اثر شیاربندی سطوح استاتور و روتور بر توزیع رسانایی مغناطیسی فاصله هوایی، چگالی شار فاصله هوایی، گشتاور دندانه‌ای و نیرومحرکه الکتریکی برگشتی در ماشین دوتحریکه بدون جاروبک، ارائه گردید و اثر مورب کردن شیارها و

**۴-۵- نیرومحرکه الکتریکی برگشتی**

هنگامیکه حلقه‌ها و شیارهای روتور مورب می‌شود، تأثیر آن بصورت کاهش میزان ریبیل‌ها و اغتشاشات شکل موج‌های ولتاژ القایی در سیم پیچ‌های ماشین ظاهر می‌شود. که در منحنی‌های شکل ۱۴ نشان داده شده است.

#### ۸- ضمیمه

ابعاد هندسی و پارامترهای الکتریکی ماشینی که در مقاله از آن استفاده شده است به صورت زیر می‌باشد:

جدول ۱- ابعاد و پارامترهای ماشین دوتحریکه بدون جاروبک دانشگاه

کمبریج	
195.5mm	طول محوری
175.065mm	قطر ماشین
0.447mm	طول مؤثر فاصله هوایی
48	تعداد شیارهای استاتور
3.2mm	طول دهانه شیار استاتور
2	تعداد جفت قطب های سیم پیچ توان
1.309rad	زاویه گام در سیم پیچی توان
4	تعداد جفت قطب های سیم پیچ کنترل
0.6545rad	زاویه گام در سیم پیچی کنترل
3	تعداد حلقه ها در هر آشپانه روتور
0.1745rad	زاویه امتداد حلقه داخلی آشپانه
0.5236rad	زاویه امتداد حلقه وسطی آشپانه
0.8727rad	زاویه امتداد حلقه خارجی آشپانه
2mm	طول دهانه شیار روتور
36	تعداد شیارهای روتور

حلقه‌های روتور بر کاهش ریبیل‌های گشتاور تولیدی بررسی گردید. مورب کردن شیارها و حلقه‌های روتور سبب کاهش قابل ملاحظه دامنه ریبیل‌های گشتاور می‌گردد. اما تصمیم گیری در مورد استفاده از مورب سازی در ساخت ماشین علاوه بر بررسی اثر آن بر ریبیل‌های گشتاور، نیاز به بررسی چگونگی تغییر تلفات مس و آهن ماشین نیز دارد.

#### ۷- منابع و مراجع

- [1] A. K. Wallace, R. Spee, and H. K. Lauw, "The potential of Brushless Doubly-Fed Machine for adjustable speed drives," *IEEE IAS pulp and paper Technical conference*, Seattle, WA, June 20-22, 1990.
- [2] H. K. Lauw, "Characteristics and analysis of the Brushless Doubly-Fed machine," *report for Bonneville Power Administration, Contract No. 79-85BP24332-Mod4*, June 1989.
- [3] E. Wiedenbrug, M. S. Boger, A. K. Wallace, and D. Patterson, "Electro-magnetic mechanism of synchronous operation of the brushless doubly-fed machine," *Industry Applications Conference, 1995. Thirtieth IAS Annual Meeting, IAS '95., Conference Record of the 1995 IEEE*, vol.1, no., pp.774-780 vol.1, 8-12 Oct 1995.
- [4] A. R. W. Broadway, and L. Burbridge, "Self-cascaded machine: a low speed motor or high frequency brushless alternator," *Proc. IEEE (Lond.)*, 117, (7), pp. 1277-1290, 1970.
- [5] Ehsan Abdi-Jalebi, "Modeling and Instrumentation of Brushless Doubly- Fed (Induction) Machines," *Ph.D. dissertation, University of Cambridge*, 2006.
- [6] K. H. Kim, D.J. Sim, and J.S. Won, "Analysis of skew effects on cogging torque and BEMF for BLDCM," *IEEE IAS Conf. Rec.*, Dearborn, MI, pp.191-197, Sept.1991.
- [7] D. C. Hanselman, "Effect of skew, pole count and slot count on brushless motor radial force, cogging torque and back EMF," *IEE Proc.-Electr. Power Appl.*, Vol. 144, No. 5, September 1997.
- [8] Z. Wu, and O. Ojo, "Coupled-circuit-model simulation and air gap-field calculation of a dual-stator-winding induction machine," *IEE Proc.-Electr. Power Appl.*, Vol. 153, No. 3, May 2006.
- [9] Heller, and V. Hamata, "Harmonic Field Effects in Induction Machines," *Elsevier Scientific Publishing Co.*, pp. 54-101, 1977.