



### مکان یابی بهینه واحدهای اندازه گیری فازور با استفاده از الگوریتم BPSO

مرتضی مرادی [mortezamoradi64@gmail.com](mailto:mortezamoradi64@gmail.com) یوسف علی نژاد برمی [dr\\_mehrvarzan@gmail.com](mailto:dr_mehrvarzan@gmail.com) احمد احمدی [Ahmad.ahmadi82@gmail.com](mailto:Ahmad.ahmadi82@gmail.com)

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه سمنان

ایران

واژه های کلیدی: واحد اندازه گیری فازور، مشاهده پذیری سیستم قدرت، جایابی بهینه، الگوریتم PSO

#### چکیده

در این مقاله استفاده از الگوریتم بهینه سازی دسته ذرات باینری (*BPSO*) به منظور جایابی بهینه واحدهای اندازه گیری فازور (*PMU*) در حالتی که تجهیزات اندازه گیری مختلف به منظور مشاهده پذیری سیستم قدرت در شبکه موجود می باشد، پیشنهاد شده است و از روش توپولوژیکی به منظور مشاهده پذیری کامل سیستم قدرت استفاده شده است. در تابع هدف مسئله جایابی بهینه علاوه بر مشاهده پذیری کامل سیستم قدرت با کمترین تعداد *PMU* افزایش تعداد المان جایگزین اندازه گیری نیز در نظر گرفته شده است. عملکرد روش پیشنهاد شده در شبکه های ۱۴، ۳۰، ۵۷ و ۱۱۸ شینه *IEEE* بررسی شده است.

#### ۱. مقدمه

عواملی همچون توسعه روزافزون تقاضای مصرف و گسترش پدیده تجدید ساختار موجب افزایش فشار روی خطوط انتقال

شده و بنابراین سیستم های قدرت اغلب نزدیک به مرز ناپایداری خود کار می کنند. در چنین شرایطی استفاده از سیستم *SCADA* فعلی و زیر توابع آن به منظور اطمینان از عملکرد پایدار و مطمئن سیستم کافی به نظر نمی رسد. خاموشی آمریکای شمالی و کانادا در سال ۲۰۰۳ نمونه ای از این حالات است [۱]. تخمین حالت فرآیندی است که طی آن حالت سیستم تعیین شده و بهره بردار به کمک آن قادر به تصمیم گیری مناسب در مورد اعمال احتمالی لازم جهت حفظ عملکرد سیستم در حالت عادی و مطمئن می باشد. در سیستم *SCADA* تخمین حالت به کمک اندازه گیری های جمع آوری شده در یک پریود زمانی (چند ثانیه) صورت می گیرد. به طور کلی در مورد سیستم *SCADA* می توان گفت که این سیستم از اندازه گیریهای استفاده می کند که دارای چند نقطه ضعف مهم هستند. اندازه گیریهای انجام شده در سیستم *SCADA* معمولاً همزمان نبوده و مقداری اختلاف زمانی بین آنها وجود داشته که از آن صرف نظر می گردد. از طرف دیگر نرخ نمونه

## بیست و چهارمین کنفرانس بین‌المللی برق

۱. اهمیت قرارگیری واحد در شین‌های خاص به دلیل حساسیت آنها (از نظر امنیت شبکه و یا پایداری سیستم)

۲. محدودیت‌های مخابراتی در شبکه‌های بزرگ برای انتقال اطلاعات

۳. امنیت تخمین حالت و وجود المان جایگزین به هنگام از دست رفتن یکی از تجهیزات اندازه‌گیری

در این مقاله علاوه بر شرایط اساسی در تعیین تعداد و محل نصب PMU، افزایش تعداد المان جایگزین اندازه‌گیری نیز در نظر گرفته شده است. تا کنون چندین طرح برای جایابی بهینه PMU پیشنهاد شده است بطوریکه هم کم کردن هزینه و مشاهده‌پذیری کامل سیستم را تضمین می‌کنند. در مراجع [۸ و ۷] روش simulated annealing برای تعیین تعداد و محل قرارگیری واحدهای اندازه‌گیری فازور بکار رفته است. در مراجع [۹ و ۱۰] الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله جایابی بهینه PMU بکار برده شده است و روش bus-ranking برای بررسی مشاهده‌پذیری سیستم بکار رفته است. در مرجع در مراجع [۱۱ و ۱۲] نویسنده از برنامه‌ریزی صحیح برای پیدا کردن تعداد بهینه و موقعیت قرارگیری PMU استفاده کرده است در حالی که مسئله مینیم محلی که ممکن است در بهینه‌سازی تاثیرگذار باشد، در نظر گرفته نشده است. در مراجع [۱۳ و ۱۴] یک روش جامع مطرح شده است. اگرچه این روش یک راه‌حل کلی برای مسئله جایابی PMU بیان می‌کند ولی برای سیستم‌های بزرگ از نظر محاسباتی پیچیده می‌باشد. روش بهینه‌سازی دسته ذرات (PSO) تا کنون کاربرهای زیادی در سیستم قدرت داشته است و عملکرد موفقی داشته است [۱۵]. در این مقاله روش بهینه‌سازی دسته ذرات باینری (Binary Particle Swarm Optimization) به منظور رسیدن به ۲ هدف پیشنهاد شده است: ۱- مینیم کردن تعداد مورد نیاز PMU برای مشاهده‌پذیری کامل سیستم قدرت در حالتی که از ترکیب دستگاه‌های اندازه‌گیری استفاده می‌شود و ۲- ماکزیمم کردن تعداد المان جایگزین اندازه‌گیری (Measurement Redundanc). در قسمت دوم این مقاله روش پیشنهادی برای تحلیل مشاهده‌پذیری بر مبنای

برداری در دستگاه‌های اندازه‌گیری فوق چندان بالا نمی‌باشد (به علت محدودیت‌های فنی دستگاهها یا عدم ظرفیت مخابراتی کافی) از اینرو اطلاعات نمایش داده شده توسط سیستم SCADA در اصطلاح حالت پایدار یا در خوش بینانه ترین دیدگاه، حالت شبه پایدار سیستم قدرت را نمایش داده و در نتیجه بهره بردار سیستم در مرکز کنترل، دید کافی از شرایط دینامیکی موجود در سیستم نخواهد داشت. در کنار سیستم SCADA، به تازگی سیستم دیگری به نام نمایش، حفاظت و کنترل گسترده سیستم (Wide Area Monitoring, Protection and Control) مطرح شده است که هدف آن جبران کاستی‌های موجود در سیستم SCADA بوده و مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. PMU جزء اصلی سیستم WAMPAC می‌باشد که قادر به اندازه‌گیری فازورهای ولتاژ و جریان با دقت بسیار بالا (کمتر از ۰٫۱ درصد) و سرعت بسیار بالا (تا ۶۰ نمونه در ثانیه) می‌باشد و از سیستم موقعیت‌یاب جهانی (GPS) برای سنکرون-سازی داده‌های اندازه‌گیری شده استفاده می‌کند. در صورتی که تعداد کافی از PMUها در شین‌های سیستم نصب شده باشد، تخمین حالت می‌تواند تنها با استفاده از اطلاعات PMUها صورت گرفته و از دقت بسیار بالایی برخوردار خواهد بود [۳-۲]. علاوه بر مشاهده‌پذیری و تخمین حالت از داده‌های PMU برای پیدا کردن محل وقوع خطا در خطوط انتقال [۴]، بررسی زمان واقعی پایداری گذرای سیستم قدرت [۵]، حفاظت در سطح وسیع و پایش حرارتی خطوط انتقال و پایداری ولتاژ استفاده می‌گردد [۶]. چون PMUها فازورهای ولتاژ و جریان تمام شاخه‌ها را هم‌زمان اندازه‌گیری می‌کنند لذا لازم نیست که در همه شین‌ها نصب شوند. بنابراین یکی از مسائل مهم پیدا کردن تعداد و محل بهینه PMUها با توجه به هدف و کاربرد آنها می‌باشد. دو هدف رویت‌پذیری شبکه برای تخمین حالت و کاهش تعداد یا مکان‌های لازم برای استقرار این واحدها دو هدف اساسی محسوب می‌شوند. البته در این بین هدف‌های جانبی دیگری معمولاً دنبال می‌شوند که از آن جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

## بیست و چهارمین کنفرانس بین‌المللی برق

بطوریکه I ماتریس همانی،  $Y_{IM}$  و  $Y_{IC}$  بیانگر ادیتمانس سری و شنت شبکه می‌باشد. با نادیده گرفتن عناصر شنت، ماتریس H بصورت زیر کاهش می‌یابد:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ M_{IB} Y_{BB} A_{MB}^T & M_{IB} Y_{BB} A_{CB}^T \end{bmatrix} \quad (3)$$

در اینجا  $M_{IB}$  ماتریس تلاقی اندازه‌گیری شاخه که شامل اندازه‌گیری فازور جریان شاخه‌ها بصورت  $M_I \times b$  می‌باشد،  $Y_{BB}$  یک ماتریس قطری  $b \times b$  شامل ادیتمانس شاخه‌ها،  $A_{MB}$  و  $A_{CB}$  به ترتیب زیر ماتریس اندازه‌گیری شده  $N_M \times b$  و زیر ماتریس تلاقی گره و شاخه بصورت  $N_C \times b$  می‌باشد. در روش‌های سنتی تحلیل مشاهده‌پذیری با بررسی فرمول زیر انجام می‌شود:

$$\text{Rank}(H) = 2n - 1 \quad (4)$$

با توجه به فرمول (4) در صورتی که ماتریس ژاکوبین از درجه کامل باشد، شبکه مشاهده‌پذیر می‌باشد و تخمین حالت انجام می‌شود [16].

### 2-2- روش توپولوژیکی تحلیل مشاهده‌پذیری

روش دیگر بررسی مشاهده‌پذیری شبکه، روش توپولوژیکی می‌باشد. در این روش تحلیل مشاهده‌پذیری بر مبنای اصول زیر می‌باشد:

1- شینهایی که PMU روی آنها قرار گرفته، دارای فازور ولتاژ معلوم می‌باشند. همچنین جریان خطوطی که به شین دارای PMU متصل هستند نیز مشخص می‌باشد.

2- در صورتی که فازور ولتاژ یک شین و جریان خطی که متصل به شین مذکور است مشخص باشد، ولتاژ شین طرف دیگر نیز قابل محاسبه است.

3- در صورتی که ولتاژ شینهایی 2 سر یک خط مشخص باشد، آنگاه جریان آن خط قابل محاسبه می‌باشد.

4- در صورتی که جریان تمام خطوط منتهی به شین تزریق صفر بجز یکی مشخص باشد، بدلیل قانون KCL فازور جریان نامعلوم قابل محاسبه است.

بر مبنای اصول ذکر شده فازور ولتاژ شینی که PMU روی آن نصب شده است همچنین جریان تمام شاخه‌هایی که به آن

PMU توضیح داده شده است. قسمت 3 بیان ریاضی مسئله جایابی بهینه PMU مطرح شده است. توصیف مختصری از الگوریتم BPSO در قسمت 4 بیان شده است. مهمترین قسمت طرح پیشنهاد شده برای جایابی بهینه واحد اندازه‌گیری فازور با استفاده از BPSO در قسمت 5 تشریح شده است. نتایج شبیه‌سازی و تست روش پیشنهاد شده بر روی شبکه‌های استاندارد IEEE در قسمت 6 بیان شده است و قسمت 7 نتیجه‌گیری می‌باشد.

### 2- تحلیل مشاهده‌پذیری بر مبنای PMU

به طور کلی مشاهده‌پذیری سیستم قدرت به معنی محاسبه متغیرهای شبکه به منظور تخمین حالت سیستم می‌باشد و در صورتی که داده‌های مورد نیاز برای تخمین حالت موجود نباشد شبکه مشاهده‌پذیر نخواهد بود. متغیرهای شبکه معمولاً فازور ولتاژ شین‌ها تلقی می‌شود. بطور کلی مشاهده‌پذیری به دو صورت عددی و توپولوژیکی قابل تقسیم است.

### 2-1- مدل خطی سیستم با PMU

در روش عددی برای اینکه بتوان تعریفی ریاضی برای مشاهده‌پذیری بدست آورد، باید مدلی ریاضی برای سیستم قدرت مورد نظر و یا اندازه‌گیری‌های آن بدست آورد. مدل خطی اندازه‌گیری که در اکثر تخمین حالت‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد به صورت زیر تعریف می‌شود.

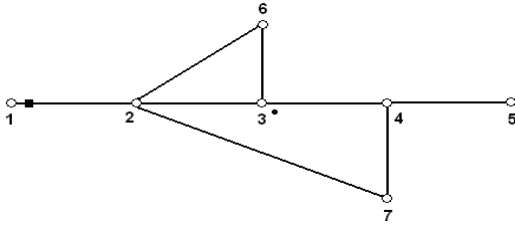
$$Z = HX + e \quad (1)$$

در این مدل بردار Z شامل m اندازه‌گیری از فازور ولتاژ و جریان خطوط می‌باشد، X بردار حالت N بعدی، H ماتریس ثابت ژاکوبین اندازه‌گیری‌ها بوده و e بردار خطای اندازه‌گیری بصورت  $m \times 1$  می‌باشد.

با تجزیه بردار Z به زیربردارهای ولتاژ  $M_V \times 1$  و جریان،  $M_I \times 1$  ( $Z_I, Z_V$ ) و تجزیه بردار X به زیر بردارهای اندازه‌گیری شده  $N_M \times 1$  و اندازه‌گیری نشده  $N_C \times 1$ ، ( $V_C, V_M$ ) رابطه (1) بصورت زیر در می‌آید:

$$\begin{bmatrix} Z_V \\ Z_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ Y_{IM} & Y_{IC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_M \\ V_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_V \\ e_I \end{bmatrix} \quad (2)$$

### بیست و چهارمین کنفرانس بین‌المللی برق



شکل ۱: سیستم نمونه ۷ شینه

حالت اول: سیستم بدون اندازه‌گیر متداول و شین تزریق صفر. ابتدا ماتریس تلاقی گره‌ها بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$A = \begin{cases} 1 & \text{if } k = m \\ 1 & \text{if } k \text{ and } m \text{ are connected} \\ 0 & \text{if otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

ماتریس A بطور مستقیم با باینری کردن ماتریس ادمیتانس بدست می‌آید. ماتریس تلاقی A برای شبکه ۷ شینه شکل ۱ بصورت زیر می‌باشد:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

قیود لازم برای مشاهده‌پذیری در این حالت به شکل زیر بیان می‌شود:

$$f(x) = \begin{cases} f_1 = x_1 + x_2 & \geq 1 \\ f_2 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_6 + x_7 & \geq 1 \\ f_3 = x_2 + x_3 + x_4 + x_6 & \geq 1 \\ f_4 = x_3 + x_4 + x_5 + x_7 & \geq 1 \\ f_5 = x_4 + x_5 & \geq 1 \\ f_6 = x_2 + x_3 + x_6 & \geq 1 \\ f_7 = x_2 + x_4 + x_7 & \geq 1 \end{cases} \quad (9)$$

در معادلات بالا اپراتور + به جای اپراتور منطقی OR بکار رفته است. و عدد ۱ در آنطرف نامعادله بیانگر این مطلب است که در هر سطر حداقل یکی از متغیرها مخالف صفر باشد به عنوان مثال، قیود مربوط به شین ۱ و ۲ بصورت زیر می‌باشد:

شین وارد می‌شود، بطور مستقیم اندازه‌گیری می‌شود. در این مقاله از روش توپولوژیکی برای تحلیل مشاهده‌پذیری استفاده شده است که در قسمت بعد تشریح شده است.

### ۳. فرمول‌بندی مسئله جایابی PMU

PMU نصب شده در یک شین قادر است فازور ولتاژ آن شین و همچنین فازور جریان کلیه شاخه‌هایی که به آن شین متصل هستند را محاسبه کند. بنابراین با نصب PMU در نقاط استراتژیک شبکه می‌توان اطلاعات مورد نیاز برای مشاهده-پذیری سیستم را بدست آورد. همانطور که قبلاً ذکر شد، دو هدف مشاهده‌پذیری شبکه برای تخمین حالت و کاهش تعداد واحدهای PMU دو هدف اساسی محسوب می‌شوند [۱۷]. برای یک سیستم n شینه مسئله جایابی بهینه با فرمول زیر بیان می‌شود:

$$\min \sum_i^n W_i \cdot X_i \quad (5)$$

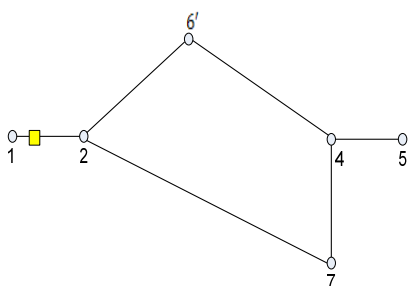
$$st \quad f(X) \geq \hat{1}$$

بطوریکه x یک متغیر باینری است که بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{if a PMU is installed at bus } i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

$W_i$  هزینه PMU نصب شده در شین i می‌باشد و  $f(x)$  تابعی است که قید مشاهده‌پذیری هر شین شبکه را نشان می‌دهد. در ادامه نشان خواهیم داد که در صورتی که برای هر شین  $f_i(x) \geq 1$  آن شین مشاهده‌پذیر خواهد بود. در طرح پیشنهاد شده قیود مشاهده‌پذیری در ۳ حالت بررسی می‌شود: ۱- در حالت اول فرض بر این است که بجز PMU از اندازه‌گیر متداول دیگری استفاده نشده است ۲- استفاده از PMU به همراه اندازه‌گیر تزریقی (و یا وجود شین تزریق صفر) و ۳- استفاده از PMU به همراه اندازه‌گیر تزریقی و اندازه‌گیر جریانی. برای توصیف هر حالت از یک شبکه ۷ شینه آموزشی استفاده کرده‌ایم که در شکل ۱ نشان داده شده است.

### بیست و چهارمین کنفرانس بین‌المللی برق



شکل ۲: سیستم نمونه بعد از ترکیب شین‌های ۳ و ۶

حالت سوم: سیستم با در نظر گرفتن اندازه‌گیر تزریقی به - همراه اندازه‌گیر جریانی.

این حالت نیز در شبکه ۷ شینه نمونه بررسی شده است. در این حالت اندازه‌گیر جریانی مابین شین‌های ۱ و ۲ نصب شده است. بنابراین قیود مربوط به شین‌های ۱ و ۲ بصورت رابطه (۱۳) تغییر می‌کند. نکته قابل ذکر در این حالت این است که اندازه‌گیر جریانی که روی یک شاخه نصب شده است، در واقع جریان آن شاخه را مشخص می‌کند و در صورتی که ما ولتاژ یک سر این شاخه را داشته باشیم، طبق قوانین گفته شده ولتاژ سر دیگر بدست می‌آید. بنابراین ما می‌توانیم قیود مربوط به شین ۱ و ۲ بصورت زیر با هم ترکیب کنیم:

$$\begin{cases} f_1 = x_1 + x_2 & \geq 1 \\ f_2 = x_1 + x_2 + x_{6'} + x_7 & \geq 1 \\ f_{new} = f_1 + f_2 = x_1 + x_2 + x_{6'} + x_7 & \geq 1 \end{cases} \quad (13)$$

معادله بالا به این معنی است که اگر یکی از شین‌های ۱ و ۲ مشاهده‌پذیر باشد، شین دیگر نیز مشاهده‌پذیر خواهد بود. بنابراین قیود نهایی در این حالت به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$f(x) = \begin{cases} f_{new} = x_1 + x_2 + x_{6'} + x_7 & \geq 1 \\ f_4 = x_4 + x_5 + x_{6'} + x_7 & \geq 1 \\ f_5 = x_4 + x_5 & \geq 1 \\ f_6 = x_2 + x_4 + x_{6'} & \geq 1 \\ f_7 = x_2 + x_4 + x_7 & \geq 1 \end{cases} \quad (14)$$

معادلات بالا علاوه بر ترکیب شین‌های ۱ و ۲، شین ۳ نیز چون شین تزریق صفر می‌باشد با توجه به توضیحات حالت دوم با شین ۶ ادغام شده است.

$$f_1 = x_1 + x_2 \geq 1 \quad (10)$$

$$f_2 = x_1 + x_2 + x_3 + x_6 + x_7 \geq 1$$

قید اول  $f_1 \geq 1$  به این معنی است که برای مشاهده‌پذیری شین ۱ باید حداقل یک PMU در شین ۱ یا ۲ (یا هر دو) نصب باشد و به همین ترتیب برای مشاهده‌پذیری شین ۲ باید حداقل یک PMU در یکی از شین‌های ۱ و ۲ و ۳ و ۶ و ۷ نصب باشد.

حالت دوم: سیستم با وجود اندازه‌گیر تزریقی (یا شین تزریق صفر). اندازه‌گیر تزریقی ممکن است به صورت اندازه‌گیر واقعی یا بصورت شین تزریق صفر بیان شود که در هر دو صورت رفتار یکسانی دارد. مجدداً سیستم ۷ شینه شکل ۱ را در نظر می‌گیریم. بطوریکه در این حالت فرض می‌کنیم شین ۳، شین تزریق صفر باشد. در این مورد به آسانی مشاهده می‌کنیم که اگر فازور ولتاژ در ۳ شین از ۴ شین ۲ و ۳ و ۴ و ۶ معین باشد، فازور ولتاژ شین چهارم با نوشتن  $kcl$  در گره ۳ محاسبه می‌شود. بنابراین در توپولوژی شبکه می‌توان شینی که شامل اندازه‌گیر تزریقی می‌باشد و یا شین تزریق صفر را با یکی از شین‌های مجاور ترکیب کرد. شکل ۲ همان شبکه قبلی می‌باشد در حالتی که شین‌های ۳ و ۶ با هم ترکیب شده‌اند و شین جدید ۶ جایگزین آنها شده است. ماتریس تلاقی  $A$  در این حالت بصورت زیر در می‌آید:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

بنابراین معادلات قیود در این حالت بصورت زیر در می‌آید:

$$f(x) = \begin{cases} f_1 = x_1 + x_2 & \geq 1 \\ f_2 = x_1 + x_2 + x_{6'} + x_7 & \geq 1 \\ f_4 = x_4 + x_5 + x_{6'} + x_7 & \geq 1 \\ f_5 = x_4 + x_5 & \geq 1 \\ f_6 = x_2 + x_4 + x_{6'} & \geq 1 \\ f_7 = x_2 + x_4 + x_7 & \geq 1 \end{cases} \quad (12)$$

### بیست و چهارمین کنفرانس بین‌المللی برق

#### ۴. بهینه‌سازی دسته ذرات (PSO)

الگوریتم PSO که توسط Kennedy و Eberhart در مرجع [۱۸] معرفی شده است. این الگوریتم در واقع رفتار اجتماعی گروه پرندگان یا آموزش ماهی‌ها و روشهای مکان‌یابی و دسترسی به منابع غذا و ... را شبیه‌سازی می‌کند. در روش PSO مقدماتی فضای جستجو بصورت  $d$  بعدی می‌باشد و هر عضو یک ذره نام دارد و هر ذره (ذره  $\lambda$ ) با یک بردار  $d$  بعدی نشان داده می‌شود که بصورت زیر نشان داده می‌شود:

$$X_i = [X_{i1} \ X_{i2} \ \dots \ X_{id}] \quad (15)$$

مجموعه  $n$  ذره در یک گروه، جمعیت نام دارد و بصورت زیر توصیف می‌شود:

$$pop = [X_1, X_2, X_3, \dots, X_n] \quad (16)$$

بهترین ذرات با موقعیت مناسب (ذراتی که بهترین تابع شایستگی را دارد)  $particle\ best$  نام دارند و بصورت زیر توصیف می‌شوند:

$$PB_i = [pb_{i1}, pb_{i2}, \dots, pb_{id}] \quad (17)$$

بهترین ذرات در میان تمام ذرات در کلیه تکرارها  $global\ best$  نام دارند و بصورت زیر بیان می‌شوند:

$$GB = [gb_1, gb_2, \dots, gb_d] \quad (18)$$

نسبت تغییر سرعت به زمان آن برای هر ذره، سرعت ذرات نام دارد و بصورت زیر توصیف می‌شود:

$$V_i = [V_{i1}, V_{i2}, \dots, V_{id}] \quad (19)$$

سرعت ذره  $\lambda$  در تکرار  $k$ ام بصورت زیر بهنگام می‌شود:

$$V_{id}^{k+1} = wV_{id}^k + c_1r_1(pb_{id}^k - x_{id}^k) + c_2r_2(gb_d^k - x_{id}^k) \quad (20)$$

بطوریکه  $i=1,2,\dots,n$  و  $n$  سایز جمعیت،  $w$  وزن لختی،  $c_1$  و  $c_2$  ثابتهای شتاب و  $r_1$  و  $r_2$  دو مقدار تصادفی در رنج  $[0-1]$  می‌باشند. انتخاب مناسب این مقادیر در مراجع [۱۹] و [۲۰] توضیح داده شده است.

همچنین موقعیت ذره  $\lambda$  بصورت زیر بهنگام می‌شود:

$$x_{id}^{k+1} = x_{id}^k + v_{id}^{k+1} \quad (21)$$

در فضای باینری و گسسته، الگوریتم PSO با بکارگیری تابع انتقال سیگموئید در ترکیب با سرعت تطبیق داده می‌شود. این تابع در معادله ۲۲ نشان داده شده است. این تابع در واقع مقادیر سرعت را نرمالیزه می‌کند و مقادیر مولفه موقعیت ذرات را به ۰ و ۱ تبدیل می‌کند. در اینصورت معادله ۲۱ که جایگزین می‌شود [۲۱].

$$sigmoid(v_{id}^k) = \frac{1}{1 + e^{-v_{id}^k}} \quad (22)$$

$$x_{id}^k = \begin{cases} 1, & \text{if } rand < sigmoid(v_{id}^k) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (23)$$

روش PSO می‌تواند بصورت زیر بیان شود:

مرحله ۱) (مقداردهی اولیه): در تکرار اول  $k=0$  باید  $n$  ذره  $\{x_i^0, i=1,2,\dots,n\}$  بصورت تصادفی تولید شود:

$$X_i^0 = [x_{i1}^0, x_{i2}^0, \dots, x_{id}^0] \quad (24)$$

و همچنین سرعتهای اولیه این ذرات بصورت زیر تولید می‌شود:

$$V_i^0 = [v_{i1}^0, v_{i2}^0, \dots, v_{id}^0] \quad (25)$$

در صورت برآورده شدن قیود لازم سپس برای هر ذره تابع شایستگی  $f(X_i^0)$  محاسبه می‌شود و بهترین ذره در تکرار اول بصورت  $PB_i^0 = X_i^0$  انتخاب می‌شود و بهترین ذره در میان تمام ذرات که بهترین تابع هدف را می‌دهد به عنوان  $global\ best$  ( $GB^0$ ) انتخاب می‌شود و در هر تکرار در صورت بهتر بودن تابع هدف جایگزین می‌شود.

مرحله ۲) در این مرحله شمارنده تکرارها بهنگام می‌شود (شود  $k=K+1$ )

مرحله ۳) سرعت با استفاده از معادله ۲۰ بهنگام می‌شود.

### بیست و چهارمین کنفرانس بین‌المللی برق

PMU-۳- حداکثر کردن تعداد المان جایگزین اندازه‌گیری. المان جایگزین اندازه‌گیری (Measurement redundancy) در مرجع [۲۲] تعریف شده است. بطور خلاصه می‌توان گفت اگر تعداد دفعاتی که یک شین با PMU مشاهده‌پذیر می‌شود یک واحد افزایش پیدا کند، تعداد المان جایگزین اندازه‌گیری برای آن شین یک واحد افزایش می‌یابد. تابع شایستگی که در این مقاله برای BPSO در نظر گرفته شده است به صورت زیر می‌باشد:

$$J(x) = w_1 \times \sum_{i=1}^{N_b} f_i + w_2 \times N_{pmu} + w_3 \times J_1 \quad (28)$$

$\sum_{i=1}^{N_b} f_i$  بیانگر تعداد شین‌های مشاهده‌پذیر،  $N_{PMU}$  بیانگر تعداد PMU و  $J_1$  بیانگر المان جایگزین اندازه‌گیری می‌باشد. وزن-های  $w_1$  و  $w_2$  و  $w_3$  به منظور انتخاب دامنه مناسب برای هر قسمت از تابع شایستگی استفاده شده است. همچنین  $N_b$  تعداد شین‌های شبکه می‌باشد.  $J_1$  و  $N_{PMU}$  بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$N_{PMU} = X^T X \quad (29)$$

$$J_1 = (M - AX)^T (M - AX)$$

حاصلضرب  $AX$  در فرمول (۲۷) نشان‌دهنده تعداد دفعاتی است که هر شین شبکه بوسیله جایگذاری PMU مشاهده‌پذیر می‌شود. بردار  $X$  که قبلاً تعریف شد، جایابی PMU را نشان می‌دهد. بردار  $M$  بر مبنای سطح مطلوبی از measurement redundancy در سیستم انتخاب می‌شود. برای مثال اگر برای تمام شین‌ها سطح ۲ مطلوب باشد، تمام عناصر بردار  $M$  باید برابر ۳ باشند. بردار  $(M-AX)$  اختلاف بین تعداد مطلوب و واقعی دفعاتی که هر شین مشاهده‌پذیر می‌شود، می‌باشد. بنابراین کم کردن این اختلاف منجر به افزایش المان جایگزین اندازه‌گیری می‌شود. در نتیجه ترم  $J_1$  معیاری برای measurement redundancy در جایابی PMU می‌باشد.

مرحله ۴) موقعیت با استفاده از تابع sigmoid (معادلات ۲۲ و ۲۳) بهنگام می‌شود.

مرحله ۵) در این مرحله بهترین ذره در هر تکرار بصورت زیر بهنگام می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{If } f_i(X_i^k) < f_i(PB_i^k) \text{ then } PB_i^k &= X_i^k \text{ else} \\ PB_i^k &= PB_i^{k-1} \end{aligned} \quad (26)$$

مرحله ۶) بهنگام کردن global best بصورت زیر انجام می‌شود:

$$\begin{aligned} f(GB^k) &= \min\{f_i(PB_i^k)\} \\ \text{If } f(GB^k) < f(GB^{k-1}) \text{ then } GB^k &= GB^k \text{ else} \\ GB^k &= GB^{k-1} \end{aligned} \quad (27)$$

مرحله ۷) (توقف سنجش): اگر شماره تکرار به مقدار ماکزیمم برسد، متوقف می‌شود و در غیر اینصورت به مرحله ۲ باز می‌گردد.

### ۵. جایابی PMU با استفاده از الگوریتم BPSO

در این مقاله ما از الگوریتم BPSO به منظور جایابی بهینه PMU بر مبنای روشی که در قسمت ۳ تشریح شد، استفاده کرده‌ایم. در این روش با بکار بردن حداقل تعداد PMU شبکه بصورت کامل مشاهده‌پذیر می‌شود. بردار موقعیت هر ذره بیانگر حل بالقوه مسئله جایابی PMU می‌باشد. همانطور که در قسمت ۴ ذکر شد، برای تعیین بهترین ذرات در هر تکرار و استفاده از آنها در تکرارهای بعدی به منظور حل مسئله بهینه-سازی نیاز به یک تابع شایستگی می‌باشد و بردار بهترین ذره (ذره با موقعیت مناسب) در هر تکرار  $(pbest_i)$ ، همچنین بردار بهترین ذره در بین تکرارهای مختلف  $(gbest)$  توسط این تابع شایستگی تعیین می‌شوند. هدف از جایابی بهینه PMU در این مقاله محاسبه حداقل تعداد مورد نیاز PMU برای مشاهده‌پذیری کامل شبکه و حداکثر کردن تعداد المان-های جایگزین اندازه‌گیری در سیستم می‌باشد. بنابراین تابع شایستگی باید به گونه‌ای باشد که موارد زیر در آن در نظر گرفته شود: ۱- مشاهده‌پذیری سیستم ۲- حداقل کردن تعداد

**بیست و چهارمین کنفرانس بین‌المللی برق**

**۶- نتایج شبیه‌سازی**

در این قسمت الگوریتم پیشنهاد شده بر روی ۴ شبکه استاندارد IEEE (۱۴ شینه، ۳۰ شینه، ۵۷ شینه و ۱۱۸ شینه) تست می‌شود. در جدول زیر مشخصات سیستم‌های تست شده موجود می‌باشد.

جدول ۱: مشخصات سیستم‌های تست شده

سیستم	تعداد شاخه	شینهای تزریق صفر
۱۴- شینه IEEE	۲۰	۷
۳۰- شینه IEEE	۴۱	۶,۹,۱۱,۲۵,۲۸
۵۷- شینه IEEE	۷۸	۴,۷,۱۱,۲۱,۲۲,۲۴,۲۶,۳۴ ۳۶,۳۷,۳۹,۴۰,۴۵,۴۶,۴۸
۱۱۸- شینه IEEE	۱۷۹	۵,۹,۳۰,۳۷,۳۸ ۶۳,۶۴,۶۸,۷۱,۸۱

مورد ۱:

در قسمت اول، دو گروه شبیه‌سازی بر روی ۴ سیستم تست انجام می‌شود در حالی که PMU و اندازه‌گیر تزریقی (شین تزریق صفر) در شبکه موجود می‌باشد. گروه اول شبیه‌سازی‌ها بدون در نظر گرفتن شین‌های تزریق صفر و در گروه دوم شین‌های تزریق صفر در نظر گرفته شده است. مقایسه نتایج شبیه‌سازی در دو حالت فوق در جدول ۲ نشان داده شده است. همانطور که نتایج نشان می‌دهد، وجود شین تزریق صفر تعداد PMU مورد نیاز را کاهش می‌دهد.

جدول ۲: نتایج شبیه‌سازی در دو حالت

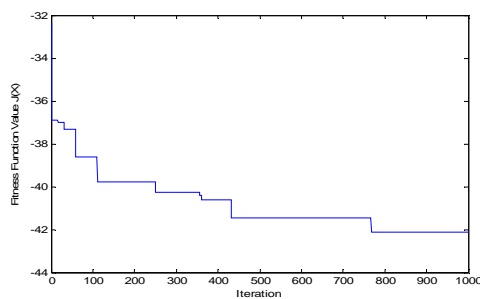
سیستم	تعداد شین تزریق صفر	تعداد PMU	
		بدون در نظر گرفتن شین تزریق صفر	با در نظر گرفتن شین تزریق صفر
۱۴ شینه IEEE	۱	۴	۳
۳۰ شینه IEEE	۵	۱۰	۷
۵۷ شینه IEEE	۱۵	۱۷	۱۳
۱۱۸ شینه IEEE	۱۰	۳۲	۲۹

در جدول ۳ محل قرارگیری PMU برای هر ۲ حالت نشان داده شده است.

جدول ۳: محل قرارگیری PMU ها

سیستم	محل قرارگیری PMU	
	بدون در نظر گرفتن شین با در نظر گرفتن شین تزریق صفر	توزیع صفر
۱۴ شینه IEEE	۹-۶-۲	۹-۷-۶-۲
۳۰ شینه IEEE	۲۷-۲۴-۱۹-۱۲-۱۰-۷-۱	-۱۵-۱۲-۱۰-۹-۶-۲ ۲۷-۲۵-۱۸
۵۷ شینه IEEE	-۲۵-۲۲-۱۹-۱۴-۹-۴-۱ ۵۶-۵۴-۵۱-۳۸-۳۲-۲۹	-۲۴-۲۰-۱۵-۹-۷-۴-۱ -۳۸-۳۶-۳۲-۲۷-۲۵ ۵۳-۵۰-۴۶-۴۱-۳۹
۱۱۸ شینه IEEE	-۲۱-۱۹-۱۵-۱۲-۱۱-۸-۲ -۴۵-۴۰-۳۴-۳۲-۳۱-۲۷ -۷۲-۶۵-۶۲-۵۶-۵۲-۴۹ -۹۰-۸۶-۸۵-۸۰-۷۷-۷۵ ۱۱۰-۱۰۵-۱۰۱-۹۴	-۱۷-۱۲-۱۱-۹-۵-۲ -۳۴-۲۸-۲۵-۲۴-۲۱ -۵۲-۴۹-۴۵-۴۰-۳۷ -۷۳-۶۸-۶۳-۶۲-۵۶ -۸۶-۸۵-۸۰-۷۷-۷۵ -۱۰۵-۱۰۱-۹۴-۹۰ ۱۱۴-۱۱۰

شکل ۳ روند همگرا شدن BPSO در جایابی بهینه PMU برای شبکه ۵۷ شینه IEEE را نشان می‌دهد. محور عمود مقدار مینیمم تابع شایستگی (J) را برای هر تکرار نشان می‌دهد.



شکل ۳: روند همگرا شدن BPSO برای مورد اول

در این مورد پارامترهای بکار رفته برای الگوریتم BPSO به منظور تعیین نقاط بهینه برای نصب PMU به گونه‌ای که علاوه بر مشاهده‌پذیری، اندازه‌گیری پشتیبان نیز افزایش یابد، بصورت زیر در نظر گرفته شده است:

**بیست و چهارمین کنفرانس بین‌المللی برق**

شین‌های سیستم بهبود می‌یابد. ستون سوم جدول ۳ تعداد دفعاتی که شین‌های ۱ تا ۳۰ مشاهده‌پذیر می‌شوند را در هر ۲ حالت ذکر شده نشان می‌دهد.

جدول ۳: تاثیر افزایش تعداد المان جایگزین اندازه‌گیری برای شبکه ۳۰

شین IEEE

وضعیت سیستم	مکان PMUها	تعداد دفعات مشاهده‌پذیری هر شین
بدون در نظر گرفتن بیشترین تعداد المان جایگزین اندازه‌گیری	۱۰-۵-۱	-۱-۱-۱-۱-۱-۱-۱-۱-۲-۱
با در نظر گرفتن بیشترین تعداد المان جایگزین اندازه‌گیری	۱۸-۱۲	-۱-۱-۱-۱-۱-۱-۱-۱-۲-۱-۱-۱
	۲۷-۲۳	۱-۱-۱-۱-۱-۱-۱-۱
بدون در نظر گرفتن بیشترین تعداد المان جایگزین اندازه‌گیری	۱۰-۷-۱	-۱-۱-۱-۱-۱-۲-۱-۱-۱-۱-۱
بیشترین تعداد المان جایگزین اندازه‌گیری	۱۹-۱۲	-۲-۱-۲-۱-۱-۱-۱-۱-۱-۱-۱
	۲۷-۲۴	۱-۱-۱-۱-۱-۲-۱-۱

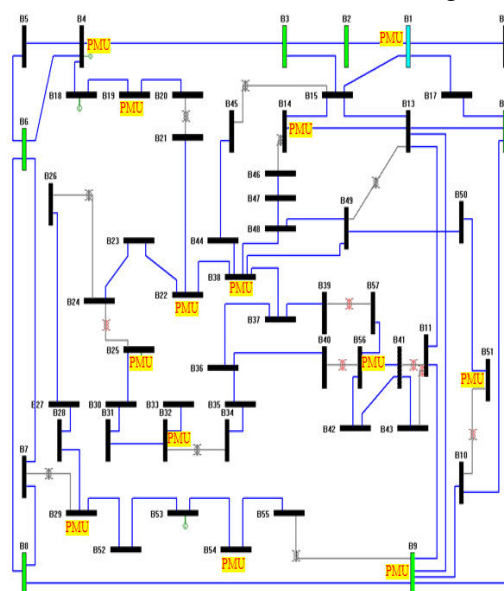
همانطور که مشاهده می‌شود با در نظر گرفتن بیشترین المان جایگزین اندازه‌گیری، با همان تعداد PMU جایابی بصورت بهتری انجام می‌شود. البته بسته به میزان دلخواه Measurement redundancy می‌توان با افزایش عناصر ماتریس M به میزان مورد نیاز تعداد المان جایگزین اندازه‌گیری را افزایش داد. البته این امر ممکن است به افزایش تعداد PMU مورد نیاز منجر شود. در جدول ۴ نتایج این قسمت با نتایج موجود در مرجع [۲۳-۲۴] مقایسه شده است. لازم به ذکر است نتایج موجود در این مراجع بدون در نظر گرفتن measurement redundancy می‌باشد.

جدول ۴: مقایسه نتایج الگوریتم ارائه شده با روشهای دیگر

الگوریتم شبکه	BPSO	ژنتیک	جستجوی گراف	جستجوی تابو	برنامه‌ریزی صحیح
شین ۱۴ IEEE	۳	۳	۵	۳	۳
شین ۳۰ IEEE	۷	۷	۱۱	-	-
شین ۵۷ IEEE	۱۳	۱۳	۱۹	۱۳	۱۲
شین ۱۱۸ IEEE	۲۹	۲۹	۳۸	-	۲۹

ماکزیمم تکرار	۱۰۰۰
سایز جمعیت	۱۰۰
وزن لختی	۰.۴
$W_1$	-۱
$W_2$	۱
$W_3$	۰.۰۱

شکل ۴ نتیجه جایابی بهینه PMU برای شبکه ۵۷ شین IEEE را نشان می‌دهد...

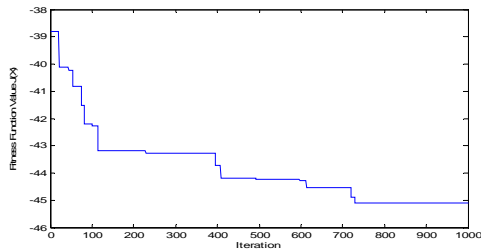


شکل ۴: جایابی بهینه PMU برای شبکه ۵۷ شین IEEE

جدول ۴ تاثیر افزایش تعداد المان جایگزین در اندازه‌گیری سیستم با PMU را برای سیستم ۳۰ شین IEEE نشان می‌دهد. سطر اول این جدول مکان‌یابی در حالتی که فقط کم کردن تعداد PMU مورد نیاز برای مشاهده‌پذیری کامل سیستم مد نظر است را نشان می‌دهد. در سطر دوم مکان‌یابی در حالتی است که علاوه بر شرط قبلی بیشترین تعداد المان جایگزین برای اندازه‌گیری در باس‌های سیستم نیز در نظر گرفته شود. مقدار مشخص شده برای المان جایگزین در اندازه‌گیری سیستم ۲ می‌باشد. بنابراین تمام عناصر بردار M را ۳ قرار می‌دهیم. در این حالت در مقایسه با حالت ذکر شده در بالا مشاهده می‌شود که توزیع المان جایگزین در اندازه‌گیری برای

### بیست و چهارمین کنفرانس بین‌المللی برق

شکل ۵ روند همگرا شدن BPSO در جایابی بهینه PMU برای شبکه ۵۷-شینه IEEE در حالتی که ۱۵ شین تزریق صفر و ۹ اندازه‌گیر تزریقی در شبکه در نظر گرفته شده است، را نشان می‌دهد.



شکل ۵: روند همگرا شدن BPSO برای مورد دوم

### ۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روش جدید برای جایابی بهینه PMU و مشاهده‌پذیری توپولوژیکی با استفاده از الگوریتم BPSO بیان شده است. روش پیشنهاد شده در حالتی که بجز PMU، اندازه‌گیرهای متداول از قبیل اندازه‌گیر تزریقی و اندازه‌گیر جریان در شبکه موجود باشد نیز کاربرد دارد، فرآیند بهینه‌سازی در این روش ۲ هدف را دنبال می‌کند: ۱- کم کردن تعداد PMU مورد نیاز برای مشاهده‌پذیر کردن کل سیستم و ۲- حداکثر کردن تعداد المان جایگزین اندازه‌گیری در تمام شین‌ها. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد این روش ضمن سادگی عملکرد بسیار مناسبی برای شبکه‌های مختلف دارا می‌باشد.

### مراجع

- [1]. G. Andersson, P. Donalek, N. Hatziairgiouri, I. Kamwa, P. Kundur, J. Paserba, P. Pourbeik, "Cause of the 2003 major grid blackout in north America and Europe, and recommended means to improve system dynamic performance", IEEE Trans. Power System, vol.20, pp.1922-1928, Nov.2005.
- [2]. P. Sakis Meliopoulos, George J. Cokkinides and et al." PMU Data Characterization and Application to Stability Monitoring", IEEE PSCE, 2006, pp. 151-158
- [3]. X.Xie,Y.Xin,J.Xiao,J.Wuand Y.Han, "WAMS Application in Chinese Power System",IEEE Power&Energy Magazine, jan/feb. 2006,pp.55-65.
- [4] Kai-Ping,Chin-Wen Liu,Chi-Shan Yu, and Joe-Air Jiang, "transmission network fault location observability With minimal PMU placement",

مورد ۲:

در این قسمت شبیه‌سازی بر روی شبکه ۵۷-شینه IEEE نشان داده شده است. شبیه‌سازی در حالتی می‌باشد که سه مجموعه اندازه‌گیر جریان (Q و P) علاوه بر شین‌های تزریق صفر در نظر گرفته شده است و در هر مجموعه سه اندازه‌گیر جریانی وجود دارد و در هر مرحله یک مجموعه به سیستم اضافه می‌شود. محل قرارگیری این میترها در جدول ۵ بیان شده است.

جدول ۵: محل قرارگیری اندازه‌گیر جریانی برای مورد ۲

شماره هر مجموعه	محل قرارگیری اندازه‌گیرهای جریانی		
۱	۱۲-۱۷	۱۴-۱۵	۱-۲
۲	۵۳-۵۴	۵۲-۵۳	۲۹-۵۲
۳	۵۴-۵۵	۵۰-۵۱	۴۱-۴۳

نتایج شبیه‌سازی برای این حالت در جدول ۶ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، در هر مرحله تعداد PMU مورد نیاز کاهش می‌یابد. بنابراین همانطور که انتظار می‌رفت داشتن اندازه‌گیر متداول در شبکه تعداد PMU مورد نیاز برای مشاهده‌پذیری سیستم را کاهش می‌دهد.

جدول ۶: نتایج شبیه‌سازی برای مورد ۲

سیستم	مجموعه اندازه‌گیرهای جریانی	محل قرارگیری PMUها
۵۷ شینه IEEE	هیچکدام	۱-۴-۹-۱۴-۱۹-۲۲-۲۵-۲۹-۳۲-۳۸-۴۱
	مجموعه ۱	۵۱-۵۴-۵۶
	مجموعه ۲ و ۱	۵۳-۵۶
	مجموعه ۳ و ۱ و ۲	۵۶

**بیست و چهارمین کنفرانس بین‌المللی برق**

[۱۷]. حامد مسگرنژاد، سیدمحمد شهرتاش "مکان‌یابی بهینه واحدهای اندازه‌گیری فازور با حفظ رویت‌پذیری در

شرایط N-1 دستگاه اندازه‌گیری"، کنفرانس PSC2008

[18]. J. Kennedy and R. Eberhart, "Particle swarm optimization," in Proc. IEEE Int. Conf. Neural Networks, vol. IV, Perth, Australia, 1995, pp. 1942–1948.

[19]. Y. Shi and R. Eberhart, "Parameter selection in particle swarm optimization," in Proc. 7th Ann. Conf. Evolutionary Program., pp. 591–600, Mar. 1998.

[20]. L.-P Zhang, H.-J. Yu and S.-X Hu, "Optimal choice of parameters for particle Swarm Optimization," Journal of Zhejiang Univ. SCI. pp. 528-534. 2005 6A(6).

[21]. J. Kennedy and R. C. Eberhart, "A Discrete Binary Version of the Particle Swarm Algorithm," Proc. of the conference on Systems, Man, and Cybernetics SMC97, pp.4104-4109, 1997.

[22]. J. B. A. London Jr., L. F. C. Alberto, and N. G. Bretas, "Analysis of measurement-set qualitative characteristics for state-estimation purposes," IET Gener. Transm. Distrib., Jan 2007.

[۲۳]. احمد احمدی، یوسف علی‌نژاد برمی، مرتضی مرادی، "

جایابی بهینه واحدهای اندازه‌گیری فازور و مشاهده‌پذیری

کامل سیستم قدرت با استفاده از الگوریتم ژنتیک، "

دوازدهمین کنفرانس دانشجویی مهندسی برق، ۱۳۸۸

[۲۴]. بهنام محمدی ایواتلو، حسین مختاری، " مکان‌یابی بهینه

واحدهای اندازه‌گیری فازوری جهت مشاهده‌پذیری شبکه

سراسری ایران " کنفرانس PSC2008

IEEE Transaction on Power Delivery, Vol. 21, No. 3, pp 1128-1136, July 2006.

[5] C. W. Liu and J. Thorp, "Application of synchronized phasor measurements to real-time transient stability prediction," Proc. Inst. Elect. Eng., General Transmission Distribution, vol. 142, pp. 355–360, July 1995.

[6] T. T. Nguyen and V. L. Nguyen, "Application of Wide-Area Network of Phasor Measurements for Secondary Voltage Control in Power Systems with FACTS Controllers", IEEE, 2005.

[7]. T. L. Baldwin, L. Mili, M. B. Boisen, Jr., and R. Adapa, "Power system observability with minimal phasor measurement placement," IEEE Trans. Power Systems, vol. 8, no. 2, pp. 707-715, May 1993.

[8]. R. F. Nuqui and A. G. Phadke, "Phasor Measurement Unit Placement techniques for complete and incomplete observability," IEEE Trans Power Delivery, vol. 20, no. 4, pp. 2381-2388, Oct. 2005.

[9]. B. Milosevic and M. Begovic, "Nondominated sorting genetic algorithm for optimal phasor measurement placement," IEEE Trans. Power Systems vol. 18, no. 1, pp. 69-75, Feb. 2003.

[10]. Amany El-Zonkoly, "Optimal meter placement using genetic algorithm to maintain network observability", ELSEVIER, 2006.

[11]. B. Xu and A. Abur, "Optimal placement of phasor measurement units for state estimation," Final project report, PSERC, Oct. 2005.

[12]. B. Xu and A. Abur, "Observability analysis and measurement placement for systems with PMUs," IEEE PES Power Systems Conference and Exposition, pp. 943-946, Oct. 2004.

[13]. S. Chakrabarti and E. Kyriakides, "Optimal placement of phasor measurement units for state estimation," 7th IASTED International Conference on Power and Energy Systems, EuroPES 2007, Spain, Aug. 2007.

[14]. S. Chakrabarti and E. Kyriakides, "Optimal placement of phasor measurement units for power system observability," IEEE Trans. Power Systems, vol. 23, no. 3, pp. 1433-1440, Aug. 2008.

[15]. Y. del Valle, G. K. Venayagamoorthy, S. Mohagheghi, J. C. Hernandez, and R. G. Harley, "Particle swarm optimization: basic concepts, variants and applications in power systems," IEEE Trans. Evolutionary Computation, vol. 12, no. 2, pp. 171-195, Apr. 2008.

[16]. Zhao Hong-Shan, Li Ying, Mi Zeng-qiang, Yu Lei "Sensitivity Constrained PMU Placement for Complete Observability of Power Systems," IEEE PES Transmission and Distribution Conference and Exhibition, 0-7803-9114-2005IEEE.